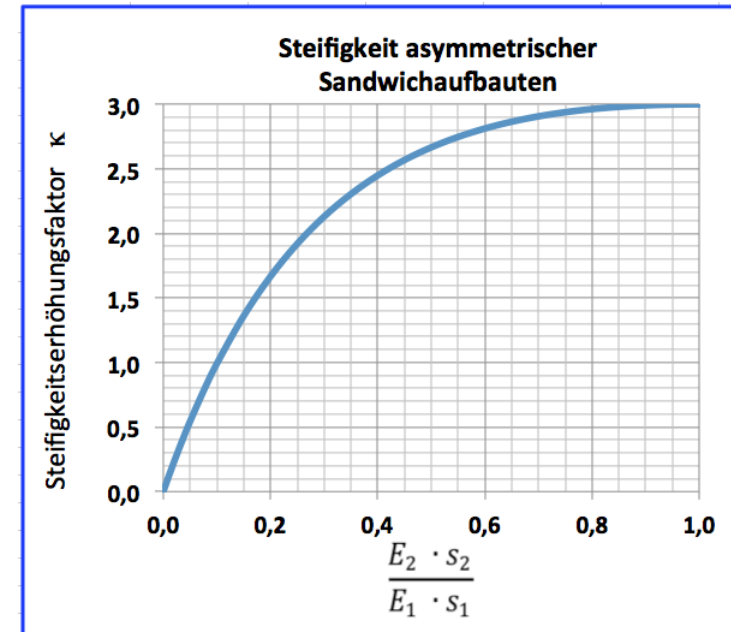
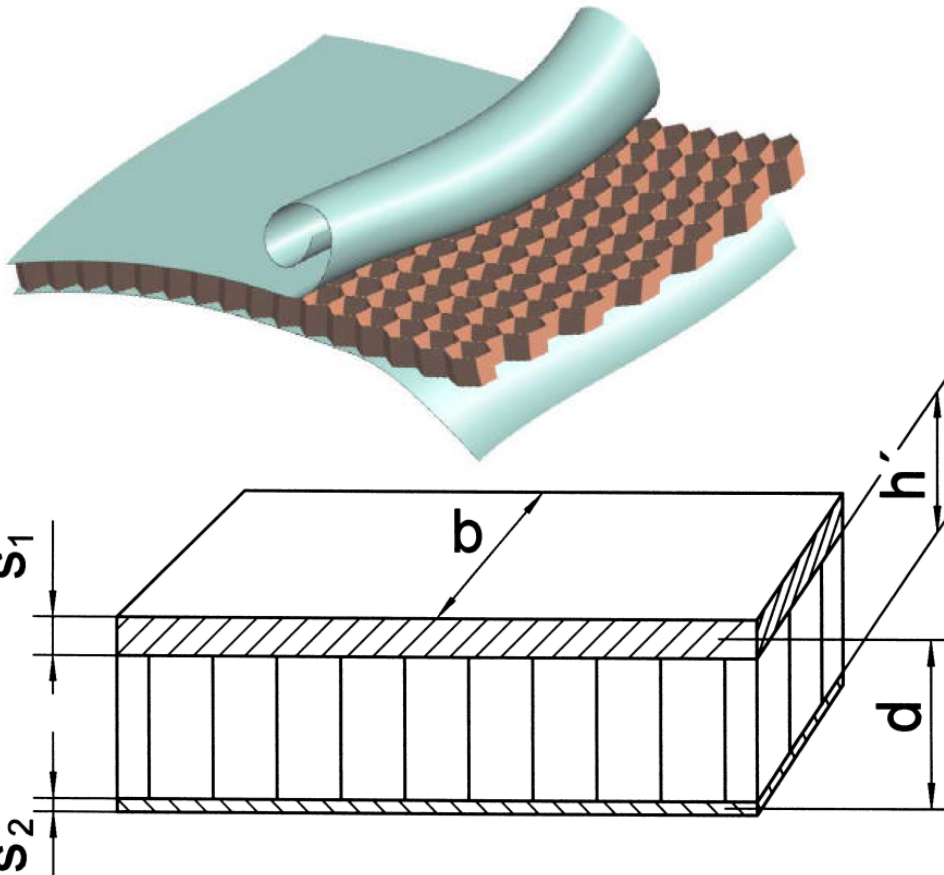


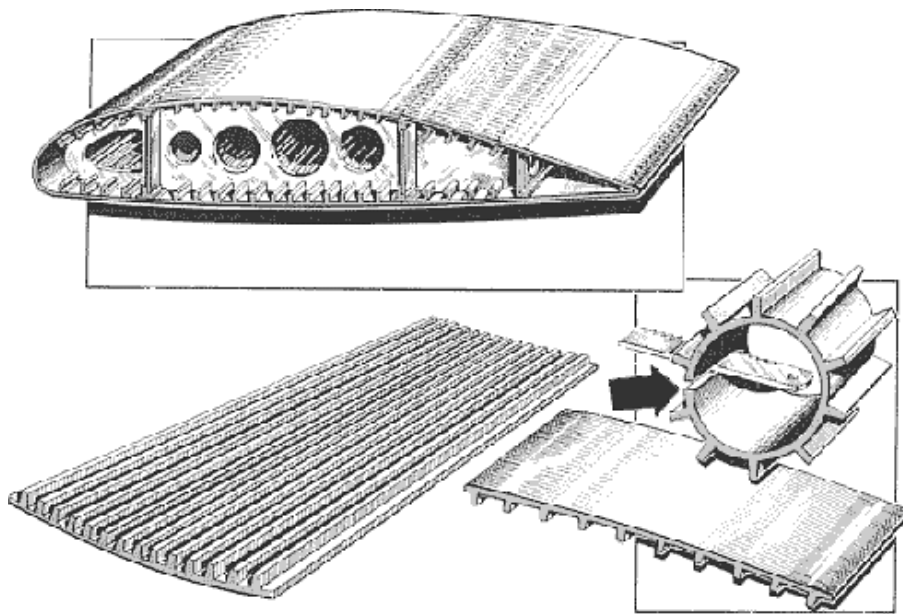
Sandwichbauweise

Berechnung und Auslegung von Sandwichstrukturen

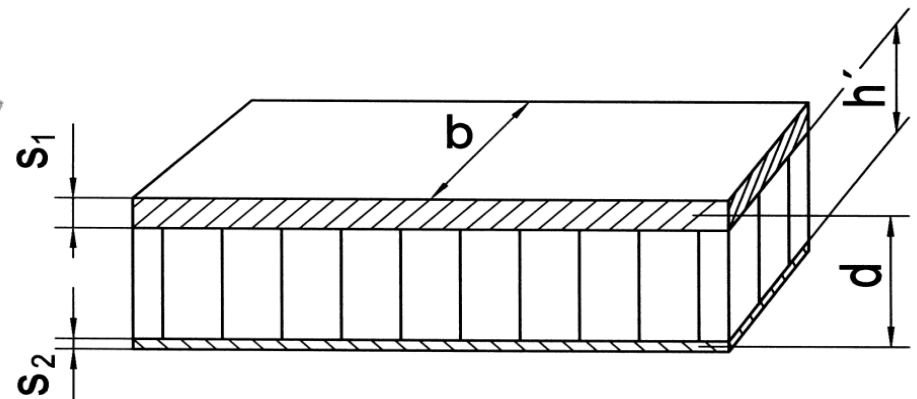


$$\kappa = 3 \cdot \frac{4 \cdot \frac{E_2 \cdot s_2}{E_1 \cdot s_1}}{\left(1 + \frac{E_2 \cdot s_2}{E_1 \cdot s_1}\right)^2}$$

Struktureller Leichtbau



- **Allgemeine Regeln**
- **Leichtbauweisen**
- **Sandwichbauweise**



Begriff **Struktur** im Leichtbau

- Die Struktur im Leichtbau ist das **mechanische Bindeglied** zwischen den **Wirkstellen** der Konstruktion.

Bsp.: Pkw-Karosserie:

Beispiele für **Wirkstellen** der Konstruktion (hier: Karosserie):

- Aufnahme der Fahrwerksanbindungspunkte
- Aufnahmepunkte der Antriebsaggregate
- Aufnahmepunkte der Insassenlasten (Sitzanbindungspunkte, Gurthanbindungspunkte, ...)
- ...viele weitere Wirkstellen, Anbindungspunkte lassen sich benennen
- Hauptaufgabe der (Leichtbau-) struktur ist es, diese Wirkstellen miteinander zu verbinden.
- Darüber hinaus übernimmt die Karosseriestruktur des Fahrzeuges auch noch Verkleidungsfunktion. Die von außen sichtbare Struktur ist Teil der tragenden Struktur, die die mechanische Lasten aufnimmt.

Allgemeine Regeln zur Gestaltung von Leichtbaustrukturen

In der Hauptsache gilt:

- Der Konstrukteur einer Leichtbaukonstruktion muss die mechanischen Zusammenhänge der jeweiligen Konstruktionsaufgabe präzise analysieren.
- Der Kraftfluss durch das Bauteil (Kraftübertragung zwischen verschiedenen Wirkstellen der Konstruktion) muss auf optimalem Wege geführt werden, so dass möglichst wenig Strukturwerkstoff benötigt wird.
- Allgemeine Regeln und Beispiele können hierbei Hilfestellung leisten.
- Sie können aber nicht das mechanische Grundverständnis ersetzen, welches ein Konstrukteur von Leichtbaukonstruktionen zwingend benötigt.

Allgemeine Regeln zur Gestaltung von Leichtbaustrukturen

- Hohe Strukturlasten sollten auf kürzestem, möglichst geradlinigem Wege zwischen den Wirkstellen übertragen werden. (Kräfte nicht „spazieren führen“.)
- Kraftübertragung sollte möglichst eindeutig erfolgen. (unnötige statische Überbestimmtheiten vermeiden).
- Unnötige Biege- und Torsionsmomente sind zu vermeiden.
Bsp.: Einseitige Hinterradschwinge beim Zweirad

⇒ **Besser: Symmetrisch** konstruieren.



Unter einer **Leichtbauweise** versteht man eine **prinzipielle**, unter **verschiedenen Bedingungen** **anwendbare Bauweise**, die geeignet ist Strukturmasse einzusparen.

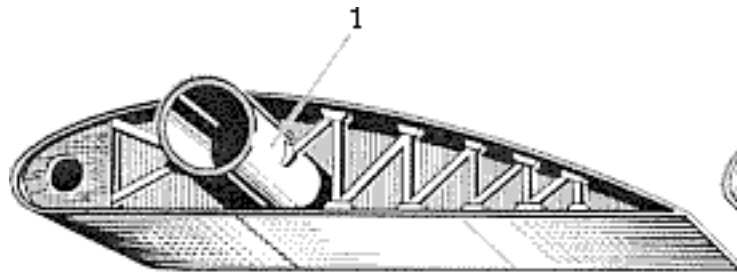
- Nicht immer sind die genannten Bauweisen klar abzugrenzen.
- Oft ergeben sich gute Leichtbaukonstruktionen erst durch die Kombination mehrerer Bauweisen miteinander.
- Der Konstrukteur sollte die Bauweisen kennen.
- Die Schwierigkeit liegt in der Anwendung auf neue, unbekannte Konstruktionsaufgaben.

- **Prinzipiell unterscheidet man:**
- **Differenzialbauweise**
 - Klassische Bauweise aus vielen Einzelteilen, wobei zumeist jedem Einzelteil klare Funktionen zugeordnet werden
 - Klare Baugruppenstruktur, aber viel Montageaufwand, oft schwer
- **Integralbauweise**
 - Reduzierung der Einzelteile, viele Funktionen in einem Bauteil integriert
 - Geringer Montageaufwand, ggf. schwierige Reparatur, Wartung
- **Integrierende Bauweise**
 - „Kompromiss“ zwischen Differenzial- und Integralbauweise
 - Differenzierung, um Teiletausch /Reparatur zu ermöglichen bei möglicher Integration mehrerer Funktionen in einzelnen Baugruppenbauteilen
- **Verbundbauweise**
 - Kombination unterschiedlicher Werkstoffe in einem Bauteil
 - Meistens auch gleichzeitig Integral- oder Integrierende Bauweise
Bsp.: Fahrzeugstoßstange

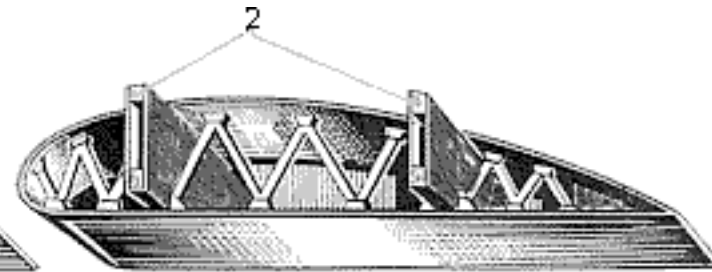
- **Spezielle Leichtbauweisen:**
- **Stabwerksbauweise**
 - „klassische“ Leichtbauweise
 - Feingliedrige räumliche Struktur aus Zug- und Druckstäben
keine Biegung in den Stäben!
 - Jeder einzelne Stab kann (theoretisch) optimal dimensioniert werden
 - Wenn erforderlich, kann eine sehr leichte Verkleidung z.B. durch Bespannung erfolgen
- **Fachwerkbauweise**
 - Fachwerksstruktur aus Balken und Stäben für die tragende Struktur
 - Deckbleche als (nichttragende) Verkleidung
- **Vollwand und Schalensysteme**
 - Die Verkleidung (Deckbleche) nimmt die wesentlichen Belastungen tangential zur Oberfläche auf
 - Oft ist eine zusätzliche Beulversteifung durch Stringer, Spanten etc. erforderlich

Beispiele:

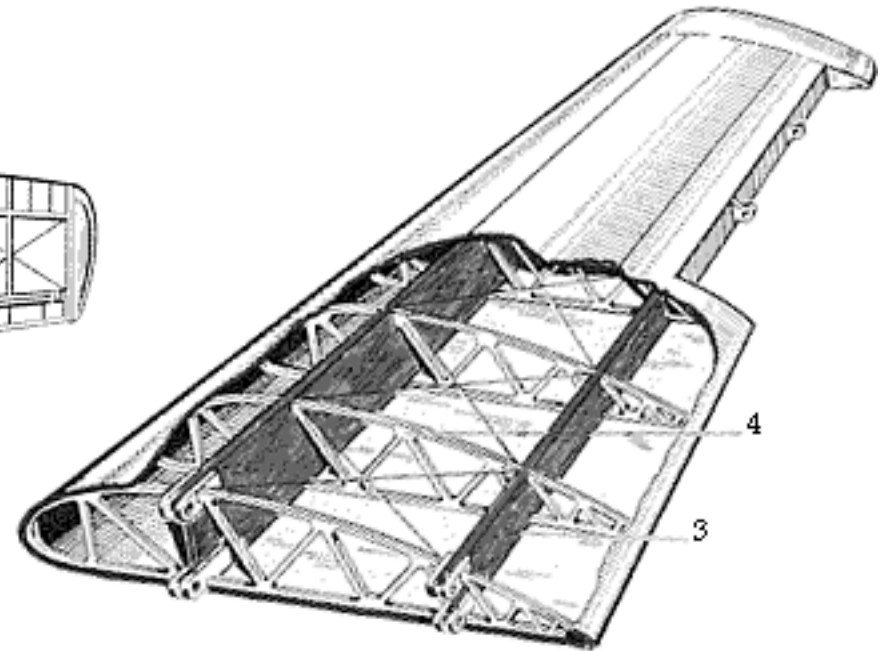
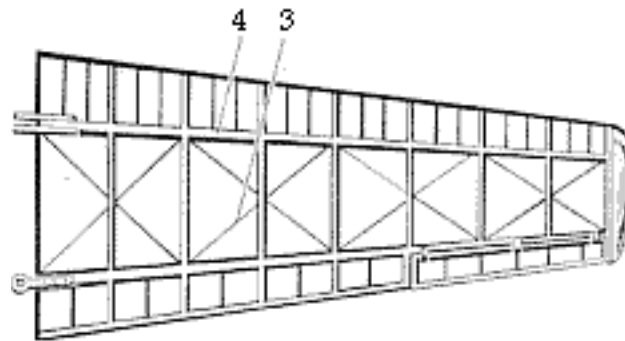
- Fachwerkbauweise im Flugzeugbau



Einholmbauweise



Zweiholmbauweise

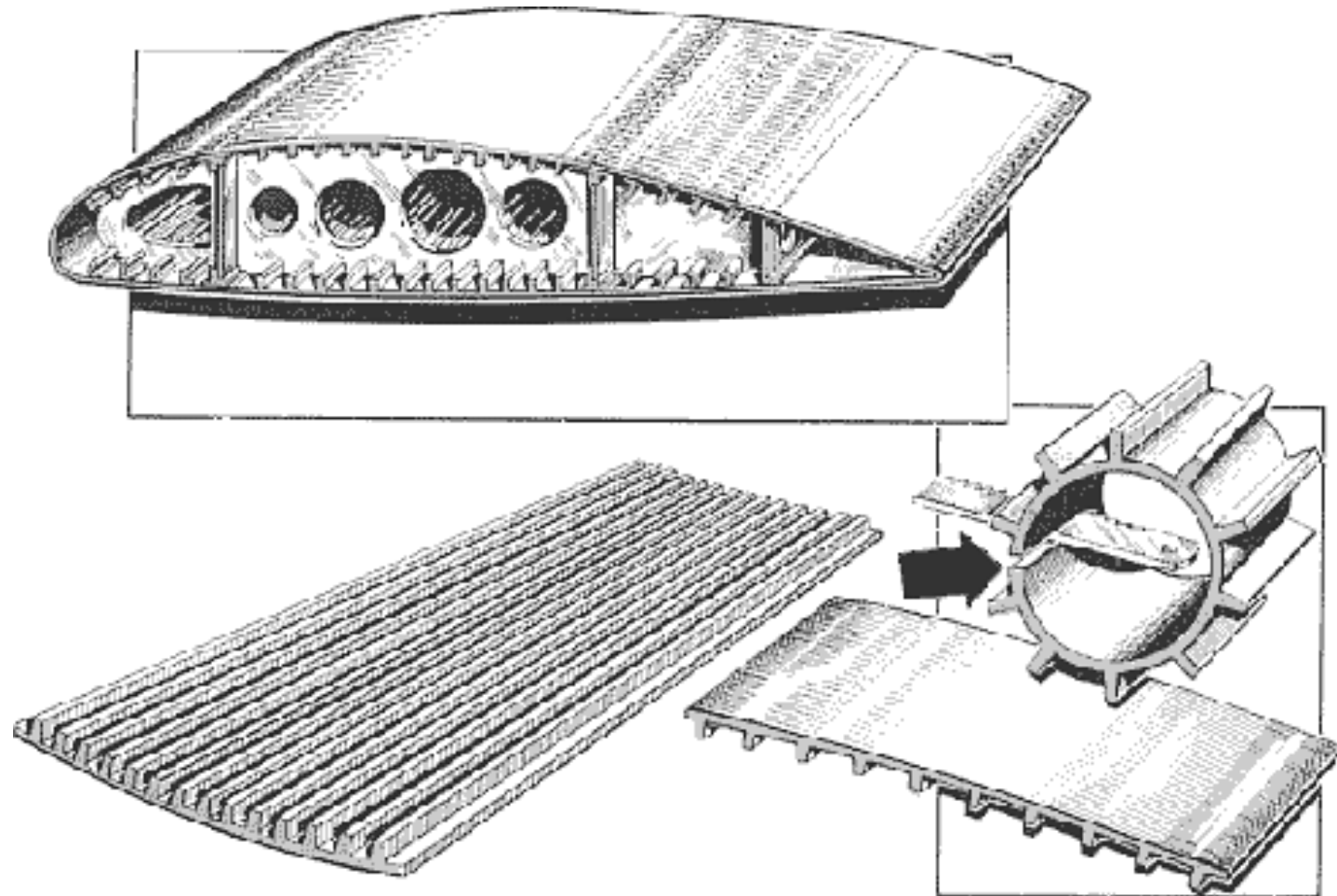


Quelle:

<http://www.aviation4u.de/school/bau-tragwerk.htm>

Beispiele:

- Schalenbauweise im Flugzeugbau

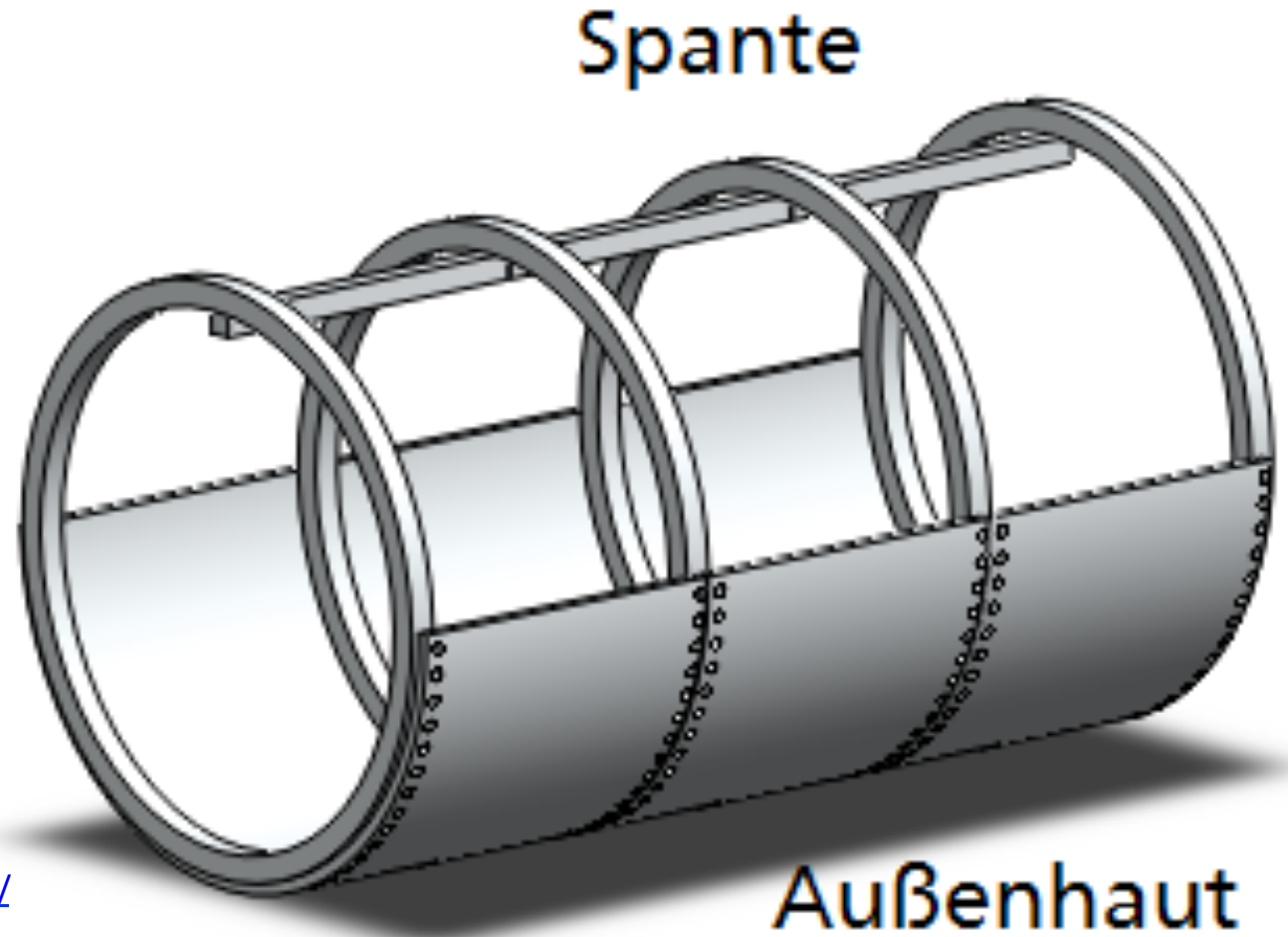


Quelle:

<http://www.aviation4u.de/school/bau-tragwerk.htm>

Beispiele:

- Schalenbauweise

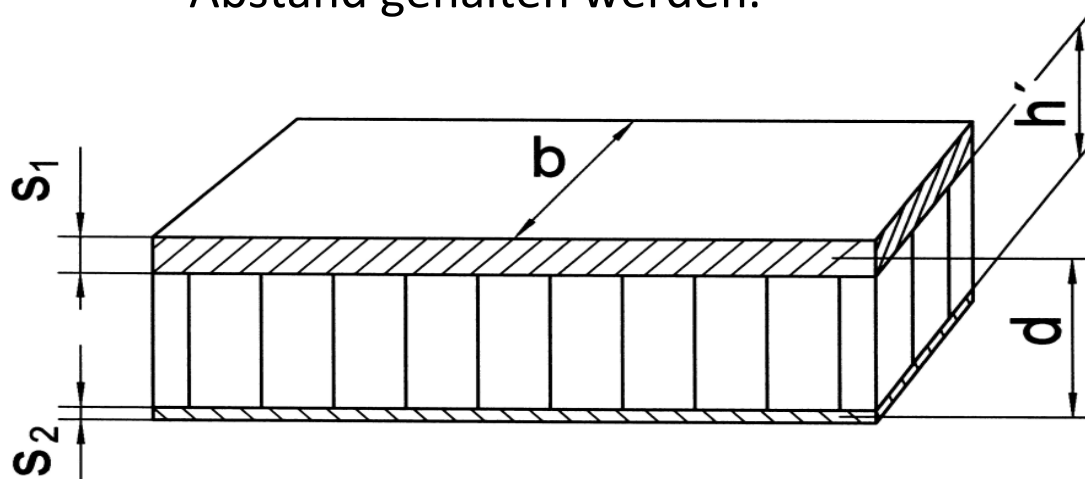


Quelle:

[http://commons.wikimedia.org/wiki/
File:Schalenbauweise.png](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Schalenbauweise.png)

Sandwichbauweise:

- Das wesentliche Prinzip einer Sandwichbauweise ist es, die Wandstärke und damit das Flächenträgheitsmoment zu erhöhen ohne dass dabei die Masse im gleichen Maße zunimmt.
- Ein Sandwichaufbau besteht aus zwei relativ dünnwandigen, festen Deckhäuten, die durch einen leichten, aber druckfesten Kern auf Abstand gehalten werden.



Aufbau einer Sandwichplatte

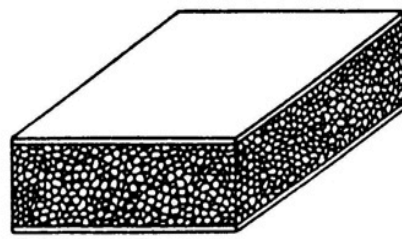
Für die symmetrische Sandwichplatte gilt:

$$s_1 = s_2 = s$$

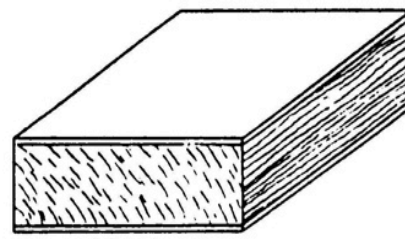
- Die Dichte des Kernes ist dabei deutlich geringer als die Dichte der Deckhäute.
- Als Deckhautmaterial werden oft Aluminiumbleche oder Faserverbundlaminat verwendet.
- Verschiedene Kernmaterialien kommen zum Einsatz.

Typische Kernmaterialien für Sandwichbauweisen:

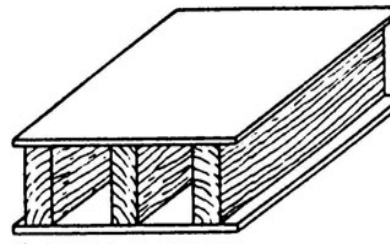
- Man unterscheidet zwischen homogenen Kernen geringer Dichte und strukturierten Kernen.
- Aufgabe des Kernwerkstoff ist es, die Decklagen auf Abstand zu halten. Dabei werden aber auch Schubbeanspruchungen über den Kern übertragen.



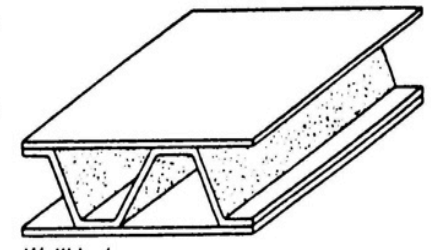
Schaumstoff



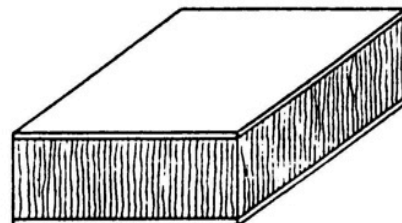
Balsa - Längsholz



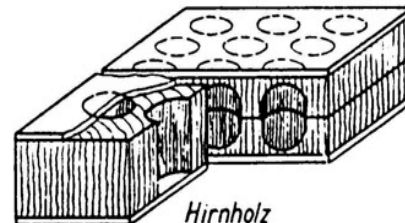
Balsa - Stege



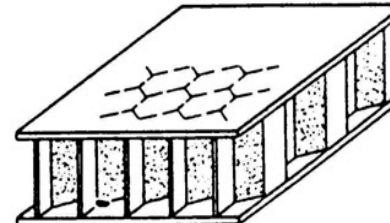
Wellblech



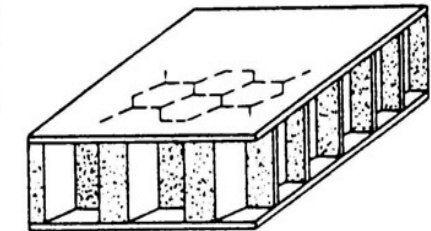
Balsa - Hirnholz



Hirnholz
mit Erleichterungslöchern



Wabenkern - längs



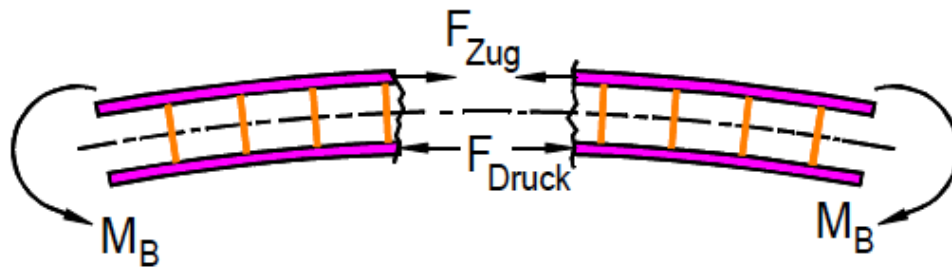
Wabenkern - quer

Verschiedene Kernwerkstoffe für Sandwichbauweisen

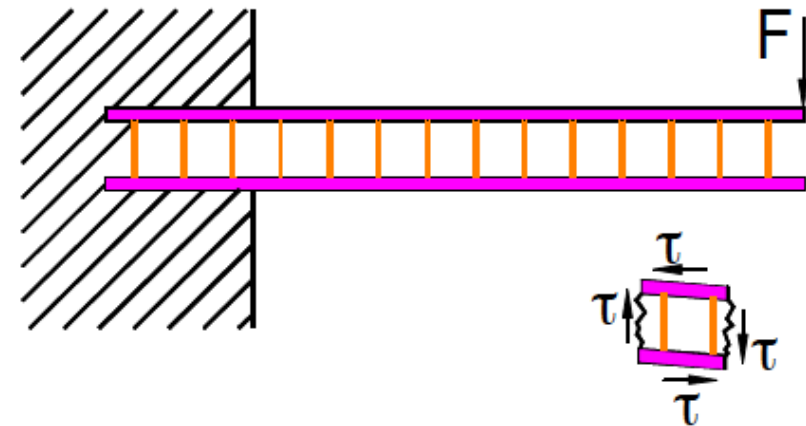
Bildquelle: Hertel: Leichtbau

Belastungen im Sandwichaufbau:

- Die Biegebeanspruchung des Sandwichaufbaus wird durch Zug- und Druckkräfte in den beiden Decklagen aufgenommen.
- Der Sandwichkern nimmt die Schubkräfte auf.
- Die Verklebung zwischen Kernmaterial und Deckhaute wird dadurch ebenfalls auf Schub beansprucht.



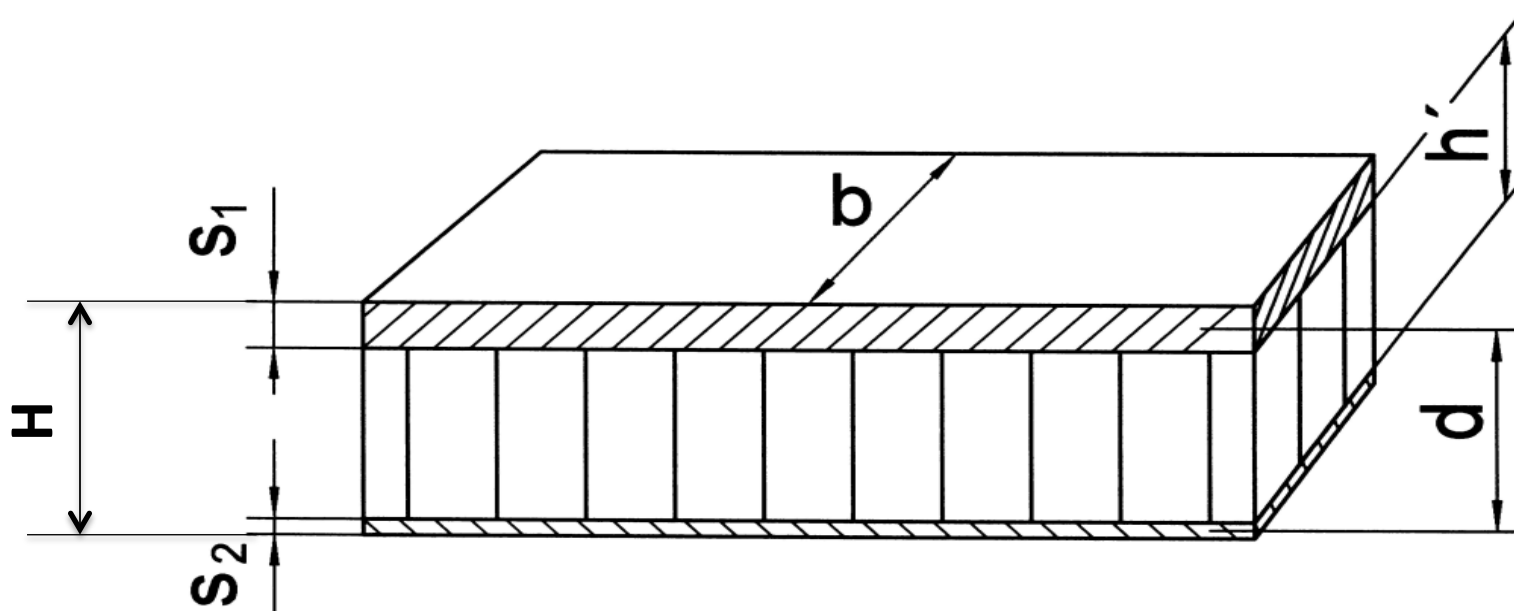
Biegebeanspruchung im Sandwich



Schubbeanspruchung im Sandwichkern

Das Prinzip der Sandwichbauweise:

- Das Prinzip der Sandwichbauweise wird deutlich, wenn man eine massive Platte der Breite b und der Gesamtdicke H mit einem gleich großen Sandwichaufbau vergleicht:
- Die Gesamtdicke H des Sandwichaufbaus ist $H = h' + s_1 + s_2$
- Mit $h' = h_{\text{Kern}}$ gilt für den symmetrischen Sandwichaufbau: $H = H_{\text{Kern}} + 2s$



Das Prinzip der Sandwichbauweise:

- Das Flächenträgheitsmoment der massiven Platte ist:

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

- Die Biegesteifigkeit der massiven Platte ist:

$$E \cdot I_y = \frac{E \cdot b \cdot h^3}{12}$$

- Wählt man dagegen einen Sandwichaufbau mit symmetrischem Decklagenaufbau $s = s_1 = s_2$, der Kerndicke $h_{\text{Kern}} = h'$, dann gilt für die Gesamtdicke des Sandwichaufbaus:

$$H_{\text{Sandwich}} = h_{\text{Kern}} + 2s$$

- Für den Sandwichaufbau gilt zudem:

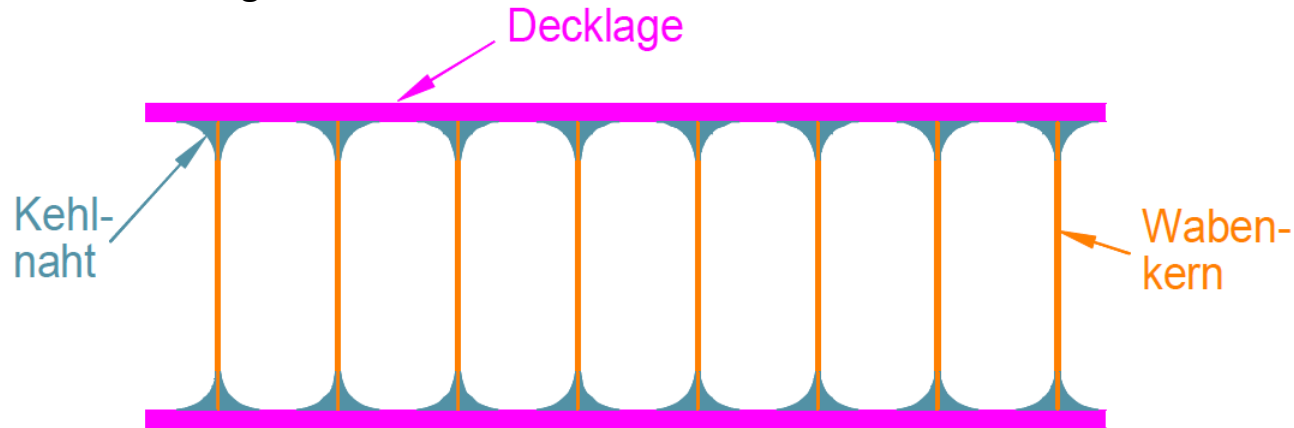
$$I_{y, \text{Sandwich}} = b \cdot \frac{H^3 - h^3}{12}$$

sowie:

$$(E \cdot I_y)_{\text{Sandwich}} = E \cdot b \cdot \frac{H_{\text{Sandwich}}^3 - h_{\text{Kern}}^3}{12}$$

Biegesteifigkeit eines Sandwichaufbaus:

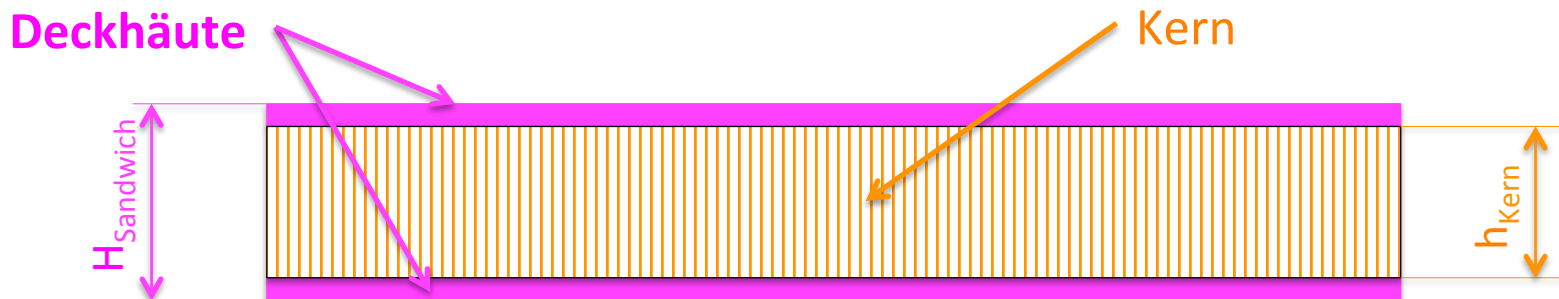
- Der Sandwichaufbau besteht aus zwei dünnen Decklagen, dem Kern und der Verklebung (Klebefilm) der jeweils die Decklagen mit dem Kern verklebt:



- Gegeben ist ein Sandwichaufbau aus 2 Aluminiumdecklagen ($\rho_{\text{Alu}} = 2,8 \text{ g/cm}^3$) mit je 1 mm Decklagenstärke und einem 10 mm dicken Wabenkern mit der Dichte $\rho_{\text{Kern}} = 80 \text{ kg/m}^3$. Zum Verkleben der Decklagen mit dem Wabenkern wird ein Klebefilm von 100 g/m^2 pro Verklebung benötigt.
- Aufgabe: Berechnen Sie das Flächengewicht [kg/m^2] des Sandwichaufbaus und vergleichen Sie dieses mit dem Flächengewicht einer massiven Aluplatte bei gleicher Gesamtdicke.
- Wie groß sind die Biegesteifigkeit ($\mathbf{E} \cdot \mathbf{I}_y$) des Sandwichaufbaus und der massiven Platte?
- Wie dick wäre eine massive Aluplatte bei gleichem Flächengewicht?
- Vergleichen Sie nun die Biegesteifigkeit des Sandwichaufbaus mit dem der massiven Aluplatte bei gleichem Flächengewicht.

Sandwichstrukturen...

- ...haben durch die Kombination von Deckhäuten und Kern eine große Gesamtwandstärke.
- Dadurch sind sie besonders leicht und biegesteif.
- Die Kräfte in Ebenenrichtung werden fast ausschließlich von den Deckhäuten aufgenommen.
- Schubbeanspruchungen werden vom Kern aufgenommen.
- Grundvoraussetzung ist eine gute Verklebung zwischen dem Kern und den Deckhäuten.
- Das Ablösen der Deckhäute vom Kern (Delamination) ist eines der kritischsten Versagenskriterien beim Sandwichaufbau.



Sandwichberechnung

- Das wesentliche Merkmal einer Sandwichaufbaus ist die Biegesteifigkeit
- Für einen schmalen Sandwichstreifen mit symmetrischem Aufbau gilt:

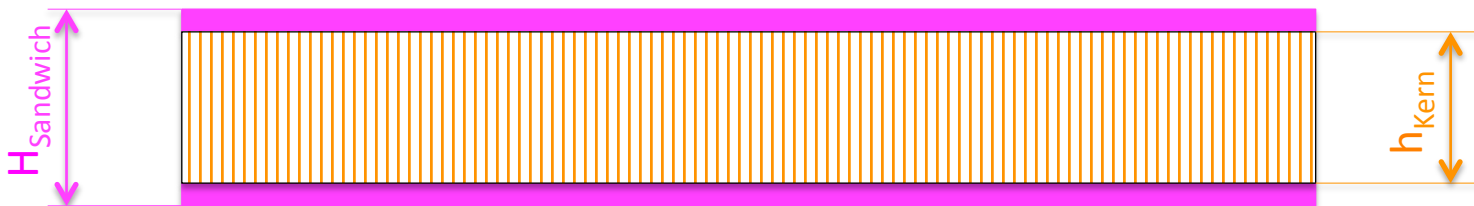
$$(E \cdot I_y)_{Sandwich} = E \cdot b \cdot \frac{H_{Sandwich}^3 - h_{Kern}^3}{12}$$

← symmetrischer
Sandwichaufbau

- **Beachte:** Diese Formel ist nur anwendbar, wenn beide Decklagen den gleichen E-Modul haben und gleich dick sind ($s_1 = s_2$ und $E_1 = E_2$)!
- Zum Vergleich unterschiedlicher Sandwichaufbauten muss man gleich breite Streifen miteinander vergleichen. Oft wird daher die auf die Breite normierte Biegesteifigkeit verwendet:

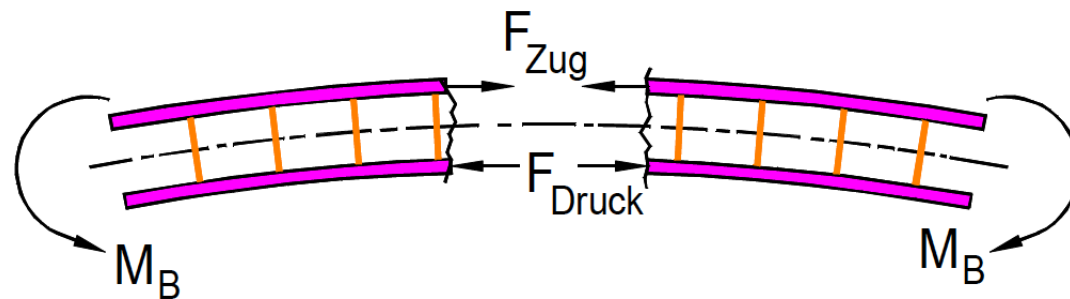
$$\left(\frac{E \cdot I_y}{b}\right)_{Sandwich} = E \cdot \frac{H_{Sandwich}^3 - h_{Kern}^3}{12}$$

← symmetrischer
Sandwichaufbau

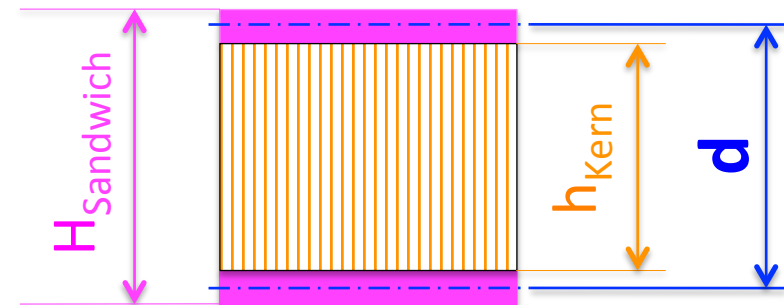


Biegebeanspruchung im Sandwich

- Bei einer Biegebeanspruchung des Sandwichaufbaus bilden die Schnittkräfte der beiden Deckhäute ein Kräftepaar.
- Wenn man davon ausgeht, dass die Kräfte in beiden Deckhäuten gleich groß sind ($F = F_{\text{Zug}} = -F_{\text{Druck}}$), so ist das Biegemoment: $M_B = F \cdot d$
- d ist dabei der Abstand der Kräfte F_{Zug} und F_{Druck} .

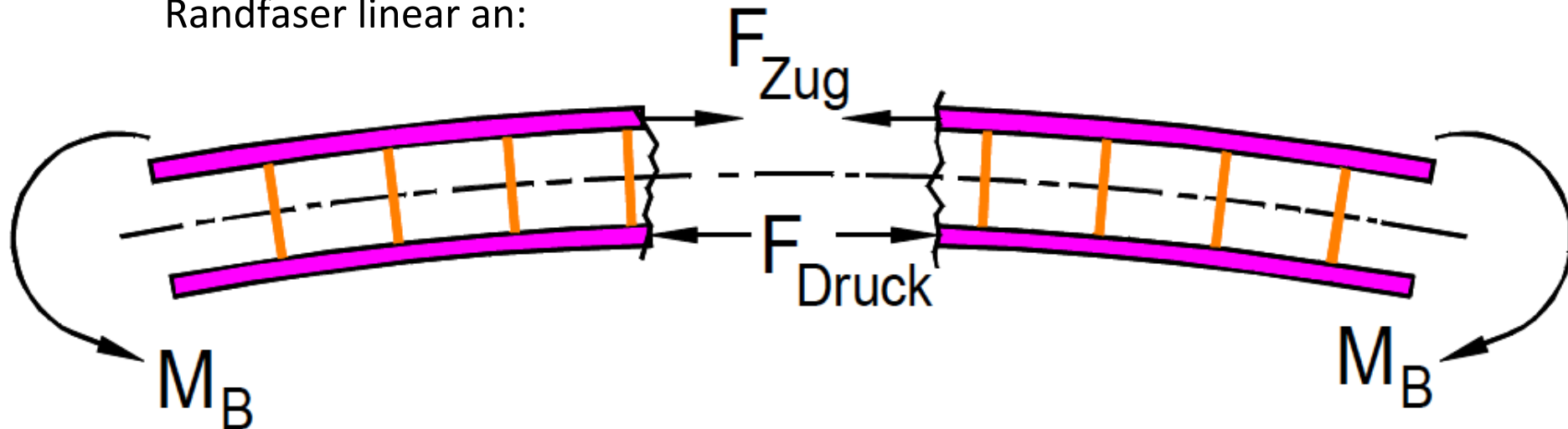


- Betrachten wir den Sandwichquerschnitt genau, so müsste also die rechnerische Sandwichdicke „ d “ von Mitte Deckhaut bis Mitte Deckhaut gemessen werden:



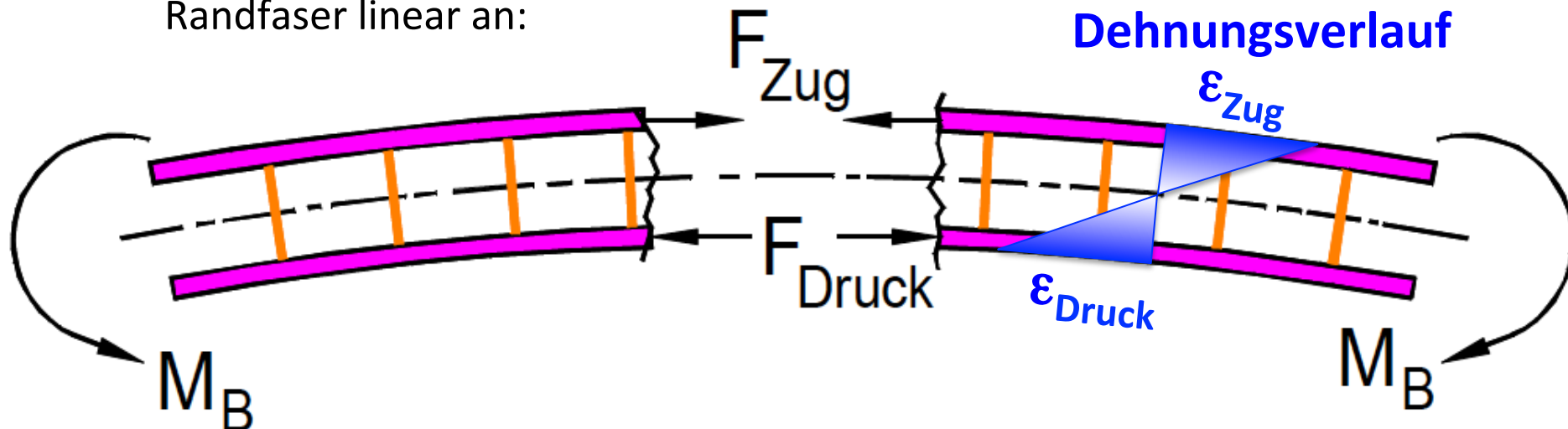
Biegebeanspruchung im Sandwich

- Bei Biegebeanspruchung des Sandwichaufbaus können die Verläufe von Biegedehnung und Biegespannung analysiert werden.
- An der neutralen Faser sind Spannungen und Dehnungen gleich Null.
- An den Rändern werden Spannungen und Dehnungen maximal.
- Die Dehnungen steigen von der neutralen Faser ausgehend bis zur Randfaser linear an:



Biegebeanspruchung im Sandwich

- Bei Biegebeanspruchung des Sandwichaufbaus können die Verläufe von Biegedehnung und Biegespannung analysiert werden.
- An der neutralen Faser sind Spannungen und Dehnungen gleich Null.
- An den Rändern werden Spannungen und Dehnungen maximal.
- Die Dehnungen steigen von der neutralen Faser ausgehend bis zur Randfaser linear an:

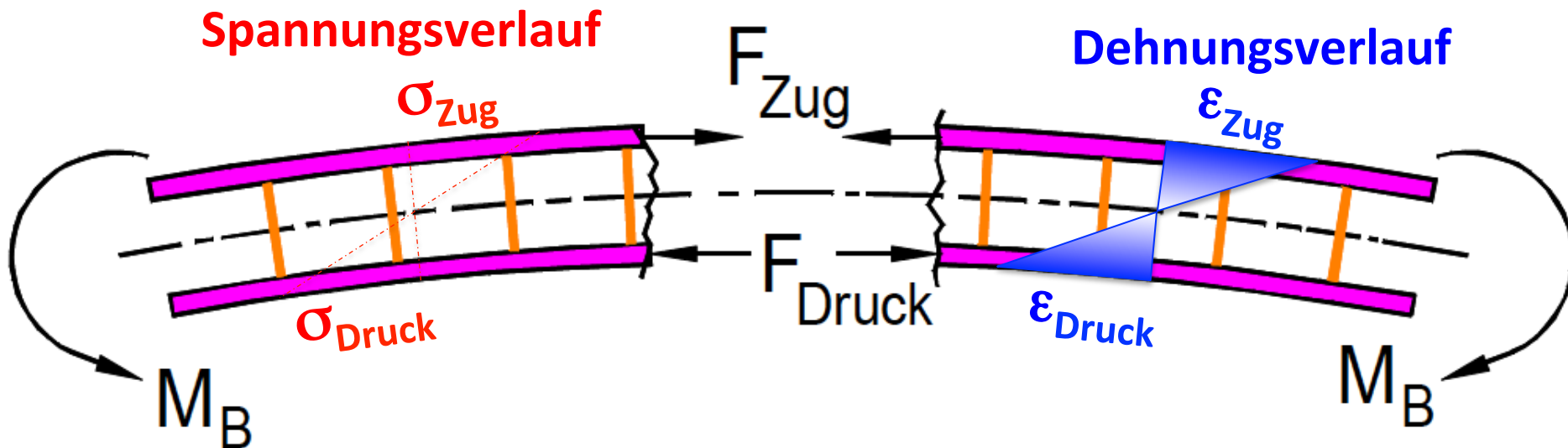


⇒ **Aufgabe:** Skizzieren Sie auf der linken Seite den Spannungsverlauf.

Beachten Sie dabei: $E_{Kern} \ll E_{Deckhaut}$

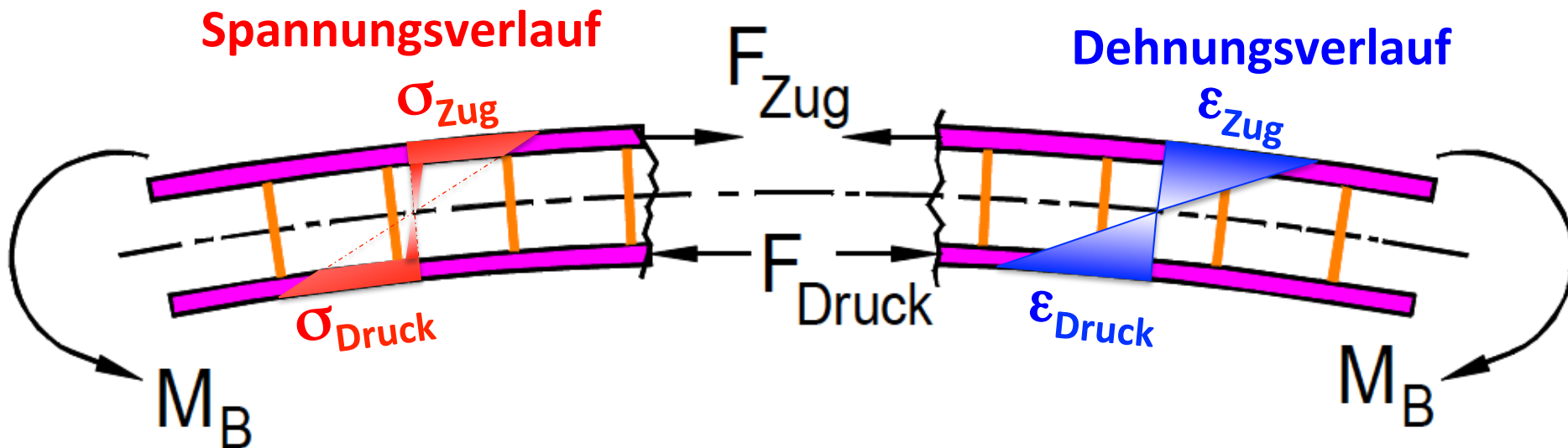
Biegebeanspruchung im Sandwich

- An der neutralen Faser sind Spannungen und Dehnungen gleich Null.
- An den Rändern werden Spannungen und Dehnungen maximal.
- Die Spannungen im Kern sind vernachlässigbar klein, wenn der E-Modul des Kerns klein ist.



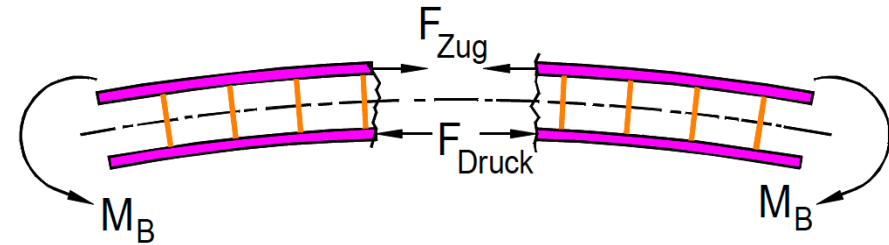
Biegebeanspruchung im Sandwich

- An der neutralen Faser sind Spannungen und Dehnungen gleich Null.
- An den Rändern werden Spannungen und Dehnungen maximal.
- Die Spannungen im Kern sind vernachlässigbar klein, wenn der E-Modul des Kerns klein ist.

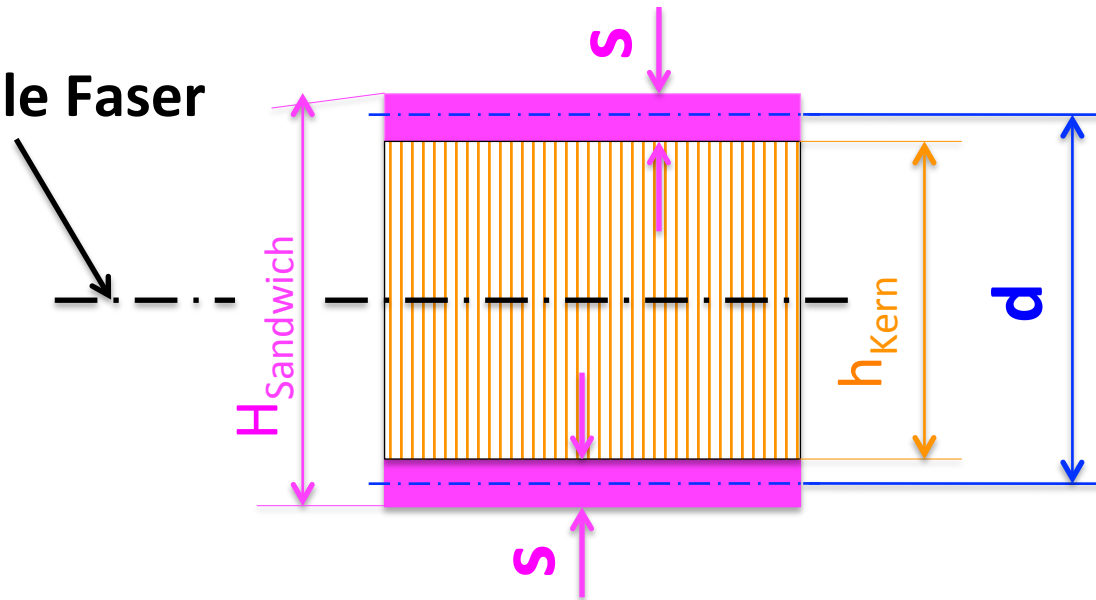


Neutrale Faser im Sandwichaufbau

- Die **biegeneutrale Faser** erfährt bei Durchbiegung des Sandwiches **keine Längenänderung**.
- Bei einem **symmetrischen Sandwichaufbau** (gleichdicke Deckschichten mit gleichem E-Modul) liegt die **biegeneutrale Faser in der Mitte**.

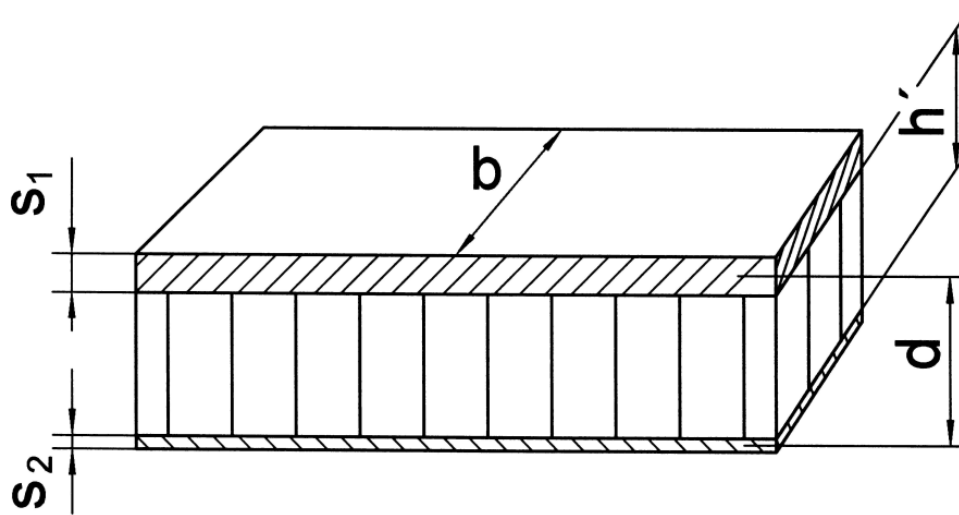


Neutrale Faser



Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Viele Sandwichaufbauten in der Praxis sind asymmetrisch.
- Unterschiedlich können dabei sein:
 - die Dicken der beiden Deckhäute,
 - die E-Module der Deckhäute, wenn diese aus unterschiedlichen Materialien bestehen.



Fragen:

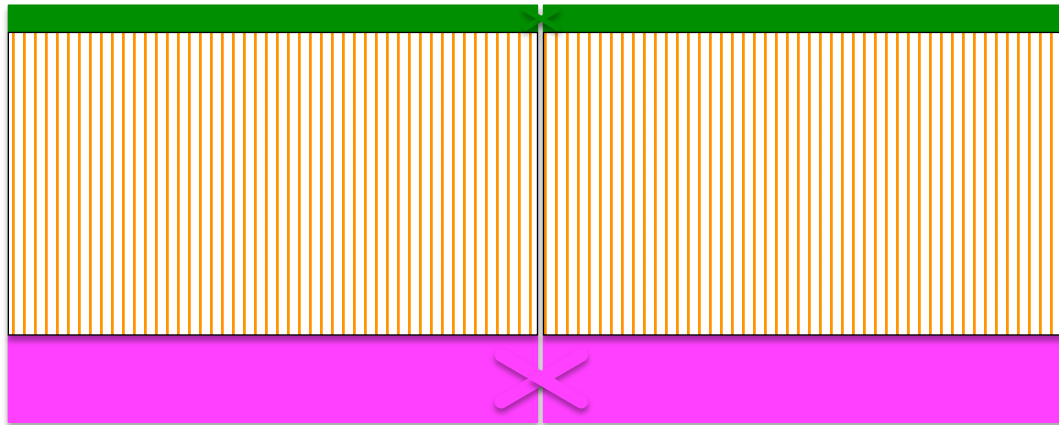
- Wo liegt bei einem asymmetrischen Sandwichaufbau die neutrale Faser?
- Wie berechnet man die Biegesteifigkeit?

Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Um den asymmetrischen Sandwichaufbau zu analysieren, wird ein entsprechender Aufbau freigeschnitten:
- Dabei soll der Sandwichaufbau eben bleiben.
 - ⇒ Die Dehnungen in beiden Deckschichten müssen gleich bleiben, damit das Sandwich eben bleibt.
 - ⇒ Die Schnittkraft in der dickeren Deckhaut muss größer sein als in der dünnen Deckhaut

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$F = \sigma \cdot A$$

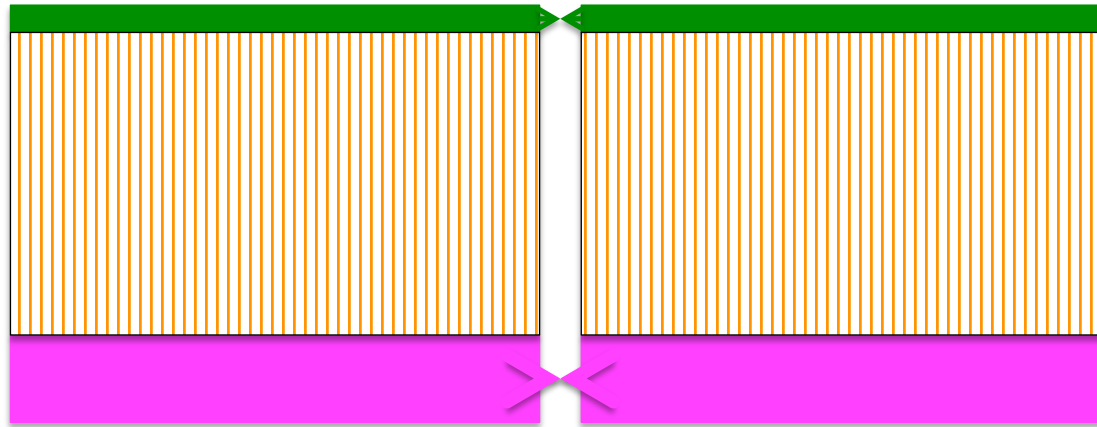


Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Um den asymmetrischen Sandwichaufbau zu analysieren, wird ein entsprechender Aufbau freigeschnitten:
- Dabei soll der Sandwichaufbau eben bleiben.
 - ⇒ Die Dehnungen in beiden Deckschichten müssen gleich bleiben, damit das Sandwich eben bleibt.
 - ⇒ Die Schnittkraft in der dickeren Deckhaut muss größer sein als in der dünnen Deckhaut

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$F = \sigma \cdot A$$

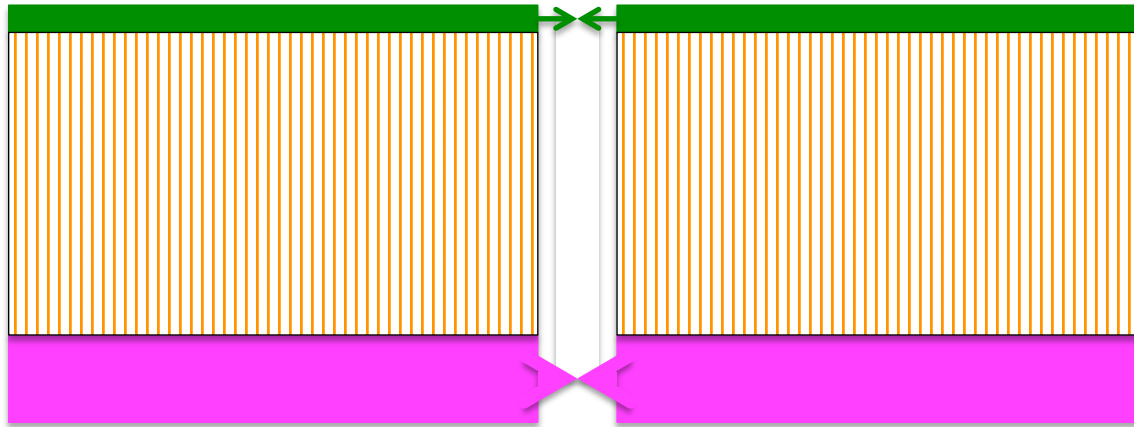


Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Um den asymmetrischen Sandwichaufbau zu analysieren, wird ein entsprechender Aufbau freigeschnitten:
- Dabei soll der Sandwichaufbau eben bleiben.
 - ⇒ Die Dehnungen in beiden Deckschichten müssen gleich bleiben, damit das Sandwich eben bleibt.
 - ⇒ Die Schnittkraft in der dickeren Deckhaut muss größer sein als in der dünnen Deckhaut

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$F = \sigma \cdot A$$

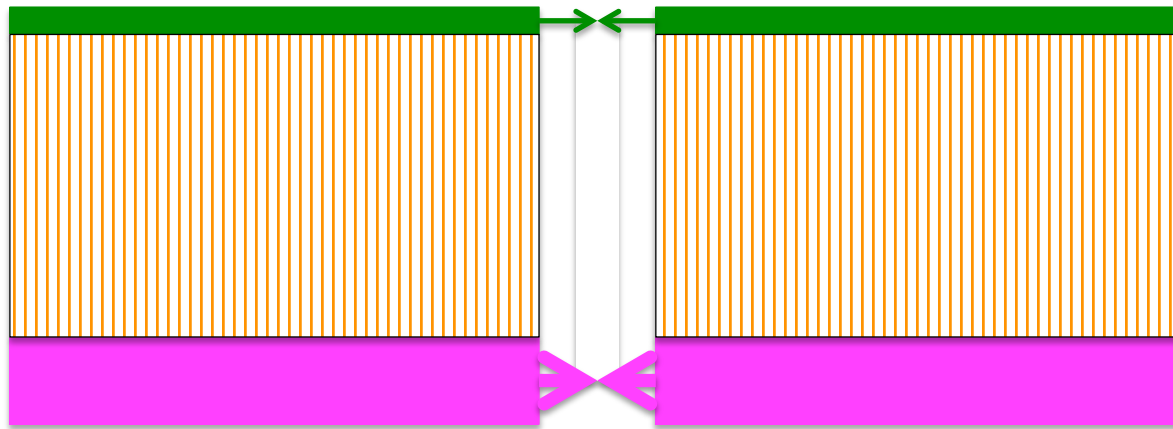


Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Um den asymmetrischen Sandwichaufbau zu analysieren, wird ein entsprechender Aufbau freigeschnitten:
- Dabei soll der Sandwichaufbau eben bleiben.
 - ⇒ Die Dehnungen in beiden Deckschichten müssen gleich bleiben, damit das Sandwich eben bleibt.
 - ⇒ Die Schnittkraft in der dickeren Deckhaut muss größer sein als in der dünnen Deckhaut

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$F = \sigma \cdot A$$

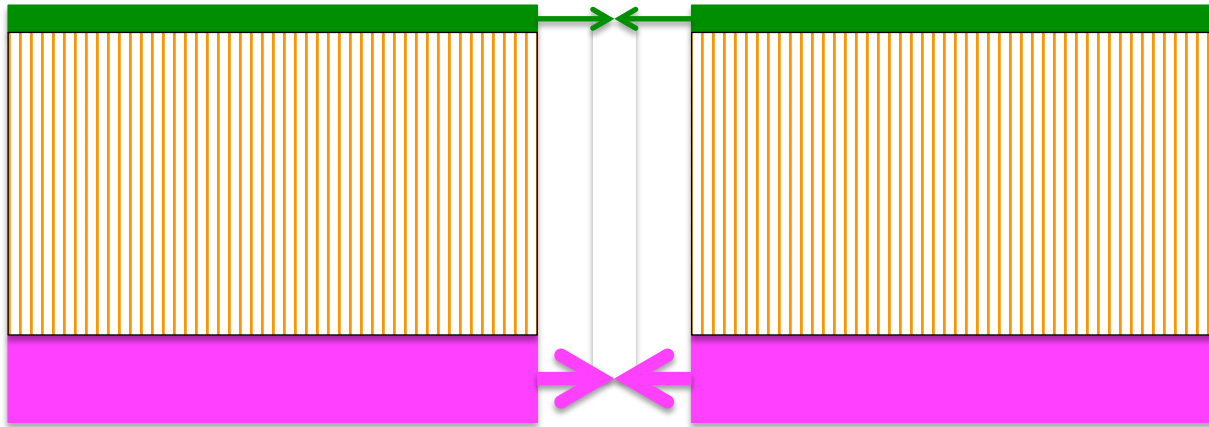


Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Um den asymmetrischen Sandwichaufbau zu analysieren, wird ein entsprechender Aufbau freigeschnitten:
- Dabei soll der Sandwichaufbau eben bleiben.
 - ⇒ Die Dehnungen in beiden Deckschichten müssen gleich bleiben, damit das Sandwich eben bleibt.
 - ⇒ Die Schnittkraft in der dickeren Deckhaut muss größer sein als in der dünnen Deckhaut

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$F = \sigma \cdot A$$

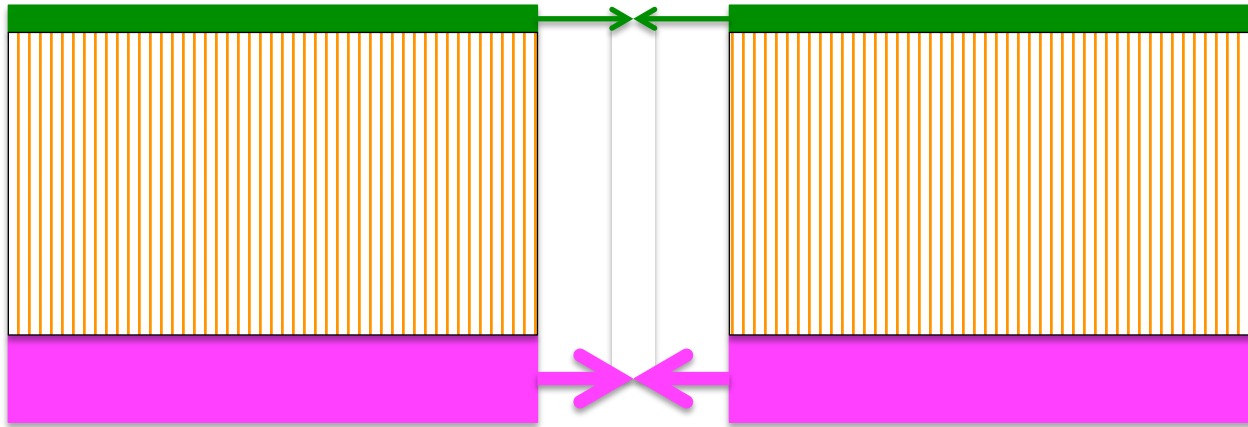


Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Um den asymmetrischen Sandwichaufbau zu analysieren, wird ein entsprechender Aufbau freigeschnitten:
- Dabei soll der Sandwichaufbau eben bleiben.
 - ⇒ Die Dehnungen in beiden Deckschichten müssen gleich bleiben, damit das Sandwich eben bleibt.
 - ⇒ Die Schnittkraft in der dickeren Deckhaut muss größer sein als in der dünnen Deckhaut

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$F = \sigma \cdot A$$

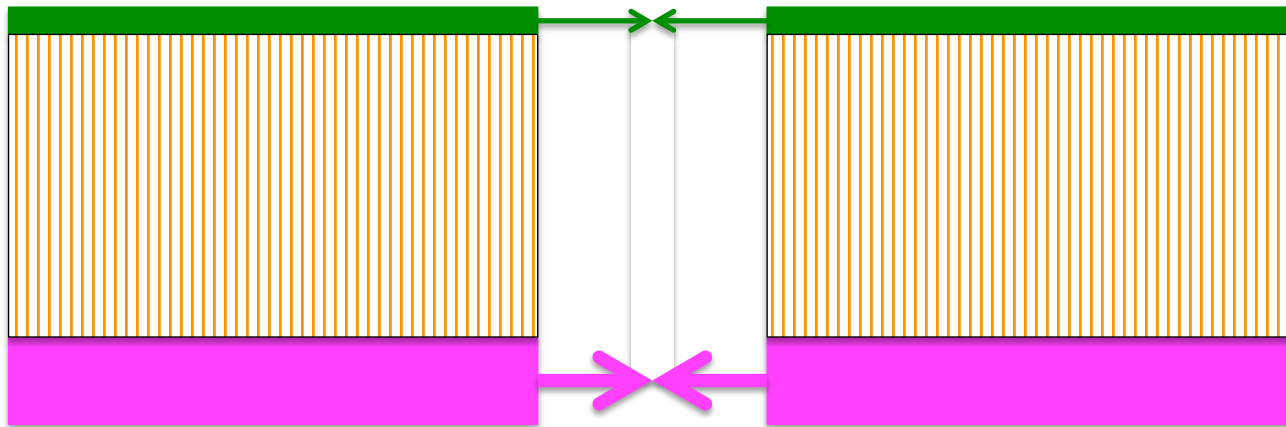


Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Um den asymmetrischen Sandwichaufbau zu analysieren, wird ein entsprechender Aufbau freigeschnitten:
- Dabei soll der Sandwichaufbau eben bleiben.
 - ⇒ Die Dehnungen in beiden Deckschichten müssen gleich bleiben, damit das Sandwich eben bleibt.
 - ⇒ Die Schnittkraft in der dickeren Deckhaut muss größer sein als in der dünnen Deckhaut

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$F = \sigma \cdot A$$

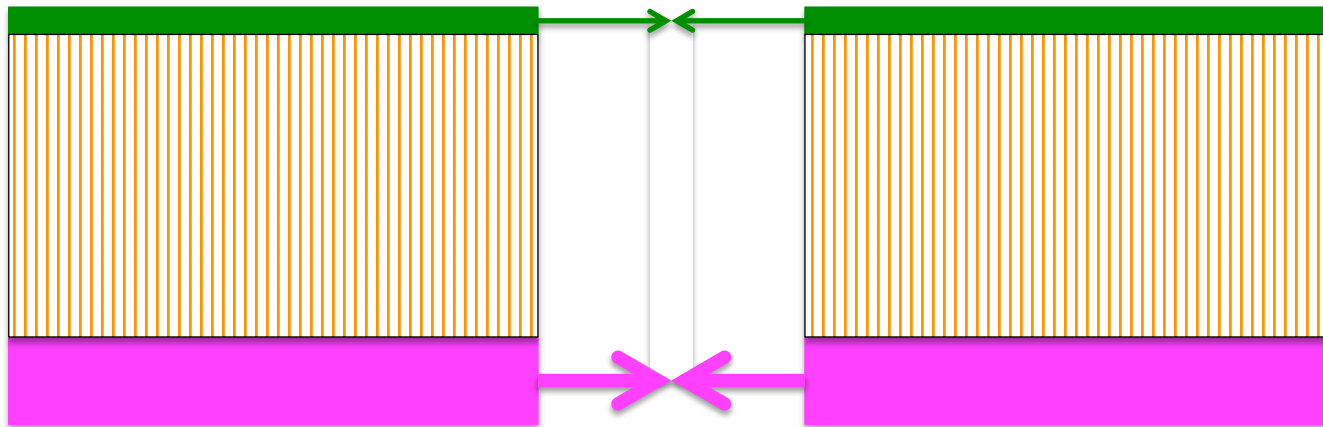


Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Um den asymmetrischen Sandwichaufbau zu analysieren, wird ein entsprechender Aufbau freigeschnitten:
- Dabei soll der Sandwichaufbau eben bleiben.
 - ⇒ Die Dehnungen in beiden Deckschichten müssen gleich bleiben, damit das Sandwich eben bleibt.
 - ⇒ Die Schnittkraft in der dickeren Deckhaut muss größer sein als in der dünnen Deckhaut

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$F = \sigma \cdot A$$

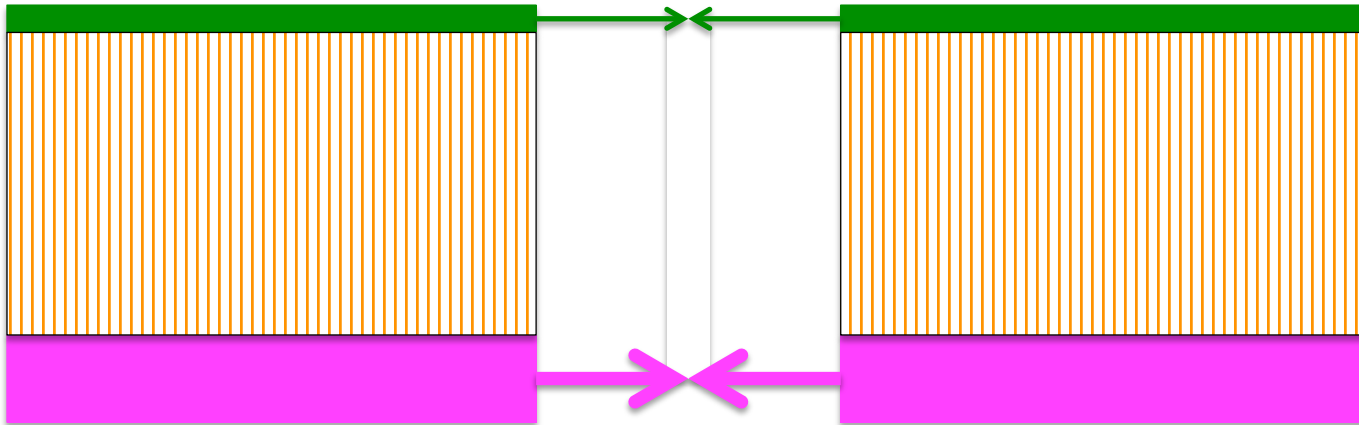


Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Um den asymmetrischen Sandwichaufbau zu analysieren, wird ein entsprechender Aufbau freigeschnitten:
- Dabei soll der Sandwichaufbau eben bleiben.
 - ⇒ Die Dehnungen in beiden Deckschichten müssen gleich bleiben, damit das Sandwich eben bleibt.
 - ⇒ Die Schnittkraft in der dickeren Deckhaut muss größer sein als in der dünnen Deckhaut

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$F = \sigma \cdot A$$

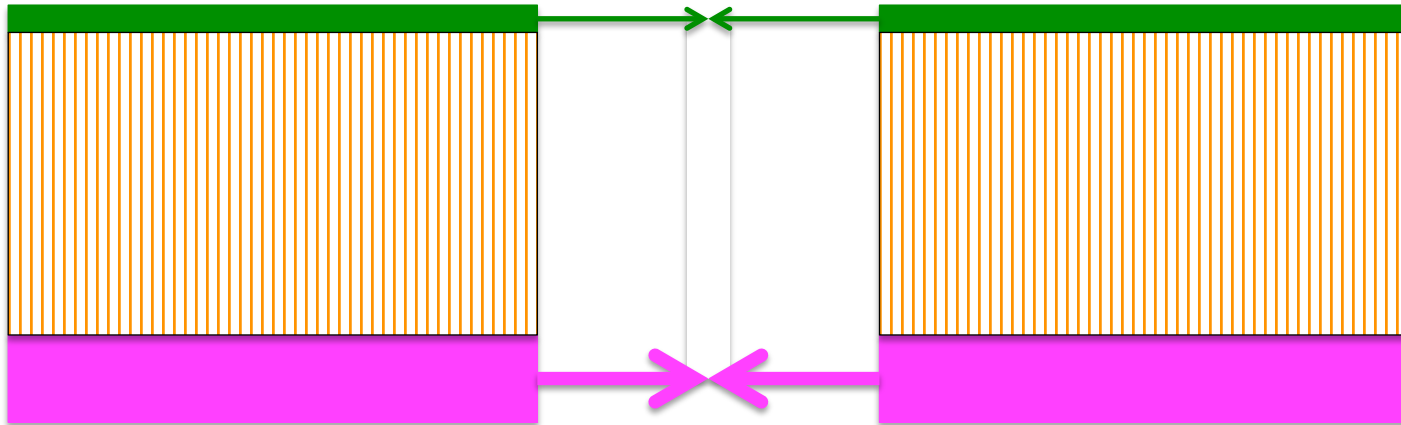


Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Um den asymmetrischen Sandwichaufbau zu analysieren, wird ein entsprechender Aufbau freigeschnitten:
- Dabei soll der Sandwichaufbau eben bleiben.
 - ⇒ Die Dehnungen in beiden Deckschichten müssen gleich bleiben, damit das Sandwich eben bleibt.
 - ⇒ Die Schnittkraft in der dickeren Deckhaut muss größer sein als in der dünnen Deckhaut

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$F = \sigma \cdot A$$



Asymmetrische Sandwichaufbauten

- Der Sandwichaufbau soll eben bleiben!

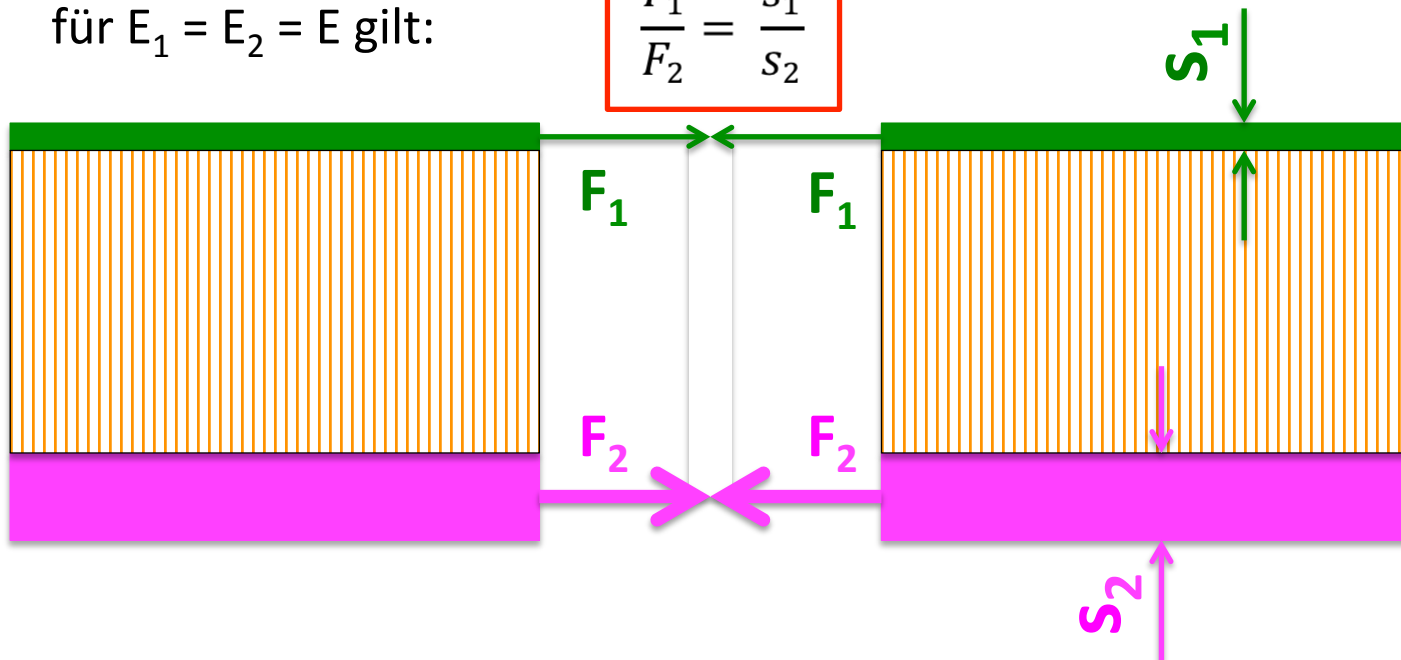
- Aus $\sigma = E \cdot \varepsilon$ und $F = \sigma \cdot A$ folgt: $F = E \cdot \varepsilon \cdot A$

$$\Rightarrow F \sim E \cdot A$$

- mit $b_1 = b_2 = b$ gilt dann: $F \sim E \cdot s$ \Rightarrow

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{E_1 \cdot s_1}{E_2 \cdot s_2}$$

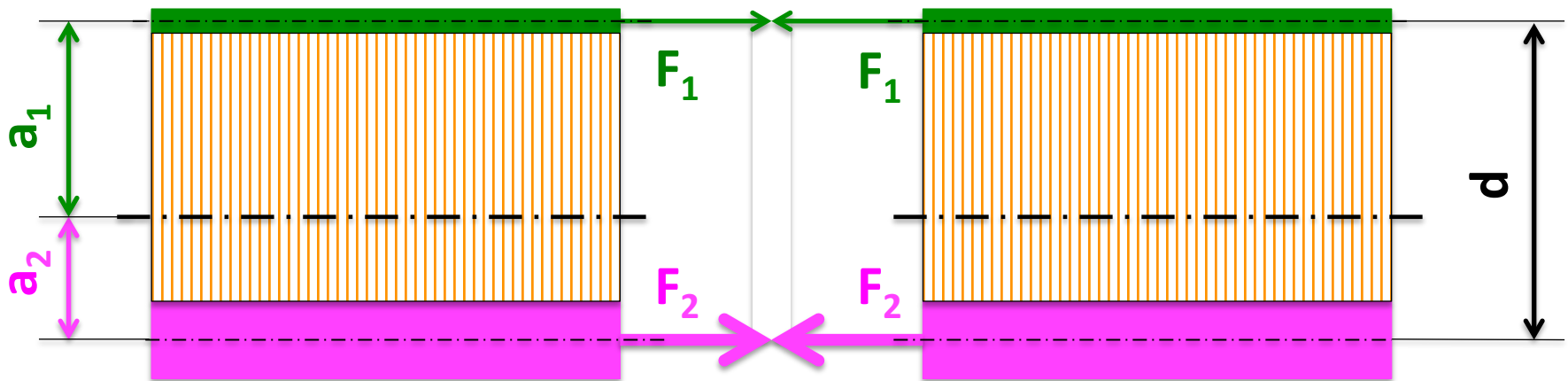
- für $E_1 = E_2 = E$ gilt: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{s_1}{s_2}$



Lage der neutralen Faser im asymmetrischen Sandwichaufbau:

- Der Sandwichaufbau soll eben bleiben!
- ⇒ Das resultierende Biegemoment ist: $M_B = 0$
- Die einzelne Schnittkraft einer einzelnen Deckhaut erzeugt ein Biegemoment um die neutrale Faser:

$$\Rightarrow \sum M_B = 0 = F_1 \cdot a_1 - F_2 \cdot a_2 \quad \text{mit:} \quad F_i \sim E_i \cdot s_i \quad \Rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{E_2 \cdot s_2}{E_1 \cdot s_1}$$



⇒ Damit kann die Lage der neutralen Faser bestimmt werden!

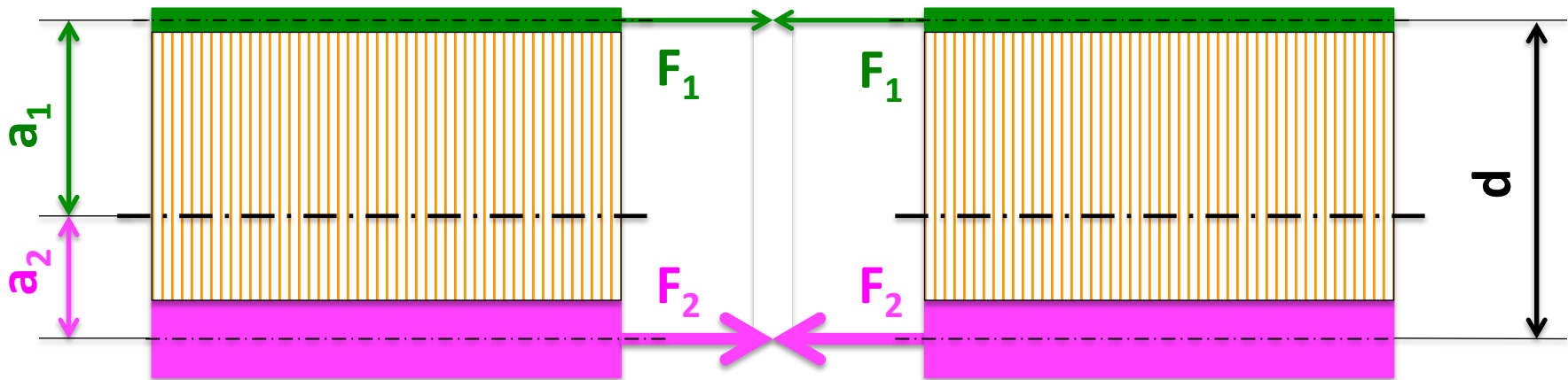
Lage der neutralen Faser im asymmetrischen Sandwichaufbau:

Beispielrechnung:

- $h_{\text{Kern}} = 18 \text{ mm}$
- $s_1 = 0,8 \text{ mm}$ $E_1 = 45 \text{ GPa}$
- $s_2 = 1,2 \text{ mm}$ $E_2 = 73 \text{ GPa}$
- Wie kann die Biegesteifigkeit dieses asymmetrischen Sandwichaufbaus berechnet werden?

Berechnen Sie:

- H_{Sandwich}
- d
- a_1 und a_2



Lage der neutralen Faser im asymmetrischen Sandwichaufbau:

Beispielrechnung:

$$H_{Sandwich} = h_{Kern} + s_1 + s_2 = 20 \text{ mm}$$

$$d = h_{Kern} + \frac{s_1}{2} + \frac{s_2}{2} = 19 \text{ mm}$$

mit:

$$a_1 = a_2 \cdot \frac{E_2 \cdot s_2}{E_1 \cdot s_1}$$

sowie

$$a_1 + a_2 = d$$

ergibt sich:

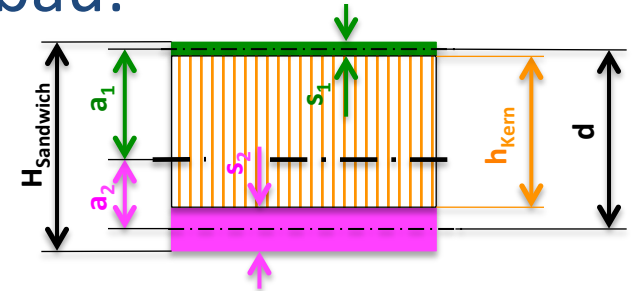
$$a_2 \cdot \left(\frac{E_2 \cdot s_2}{E_1 \cdot s_1} + 1 \right) = d$$

⇒

$$a_2 = \frac{d}{\frac{E_2 \cdot s_2}{E_1 \cdot s_1} + 1} = 5,534 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow a_1 = 13,466 \text{ mm} ;$$

$$a_2 = 5,534 \text{ mm}$$



- $h_{Kern} = 18 \text{ mm}$
- $s_1 = 0,8 \text{ mm}$ $E_1 = 45 \text{ GPa}$
- $s_2 = 1,2 \text{ mm}$ $E_2 = 73 \text{ GPa}$

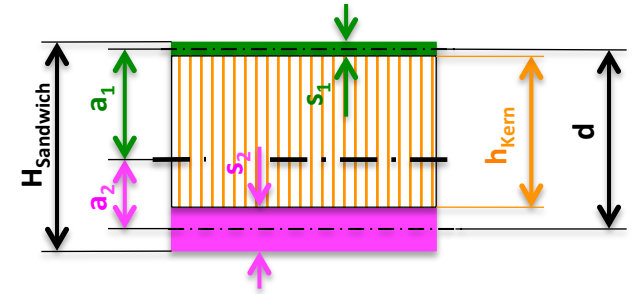
Biegesteifigkeit des asymmetrischen Sandwichaufbaus:

Beispielrechnung:

- H_{Sandwich} , d , und die **Lage der neutralen Faser** wurden berechnet.

Es bleibt die Frage:

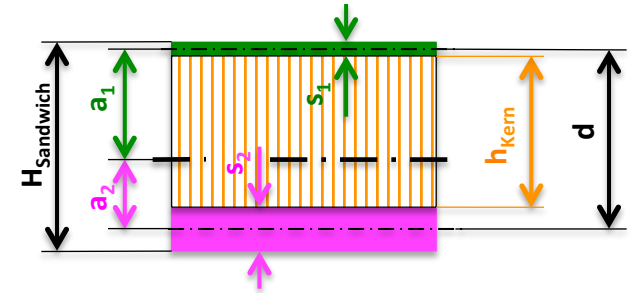
- Wie kann die Biegesteifigkeit des asymmetrischen Sandwichaufbaus berechnet werden?



Biegesteifigkeit des asymmetrischen Sandwichaufbaus:

Beispielrechnung:

- H_{Sandwich} , d , und die **Lage der neutralen Faser** wurden berechnet.

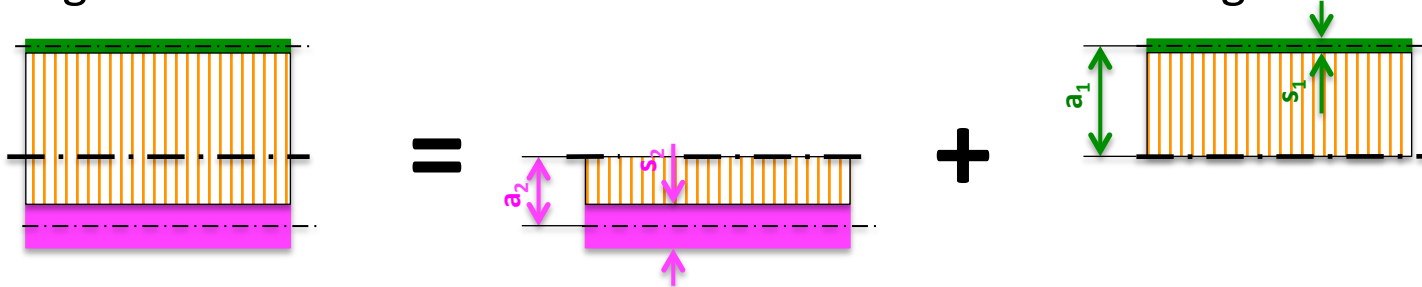


Es bleibt die Frage:

- Wie kann die Biegesteifigkeit des asymmetrischen Sandwichaufbaus berechnet werden?

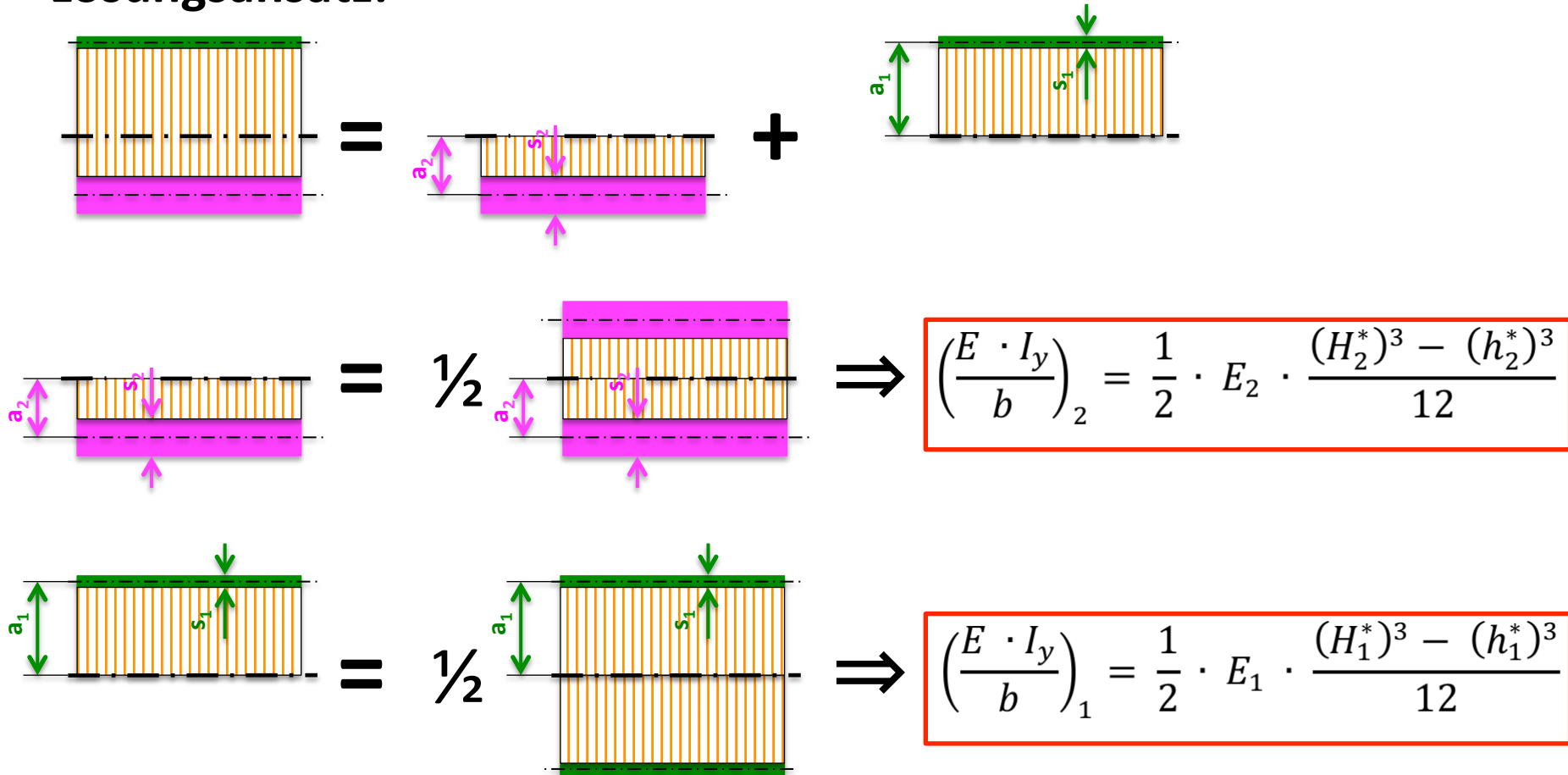
Lösungsansatz:

Der Sandwichaufbau werde horizontal an der neutralen Faser aufgeschnitten und so in zwei halbe Sandwichaufbauten geteilt:



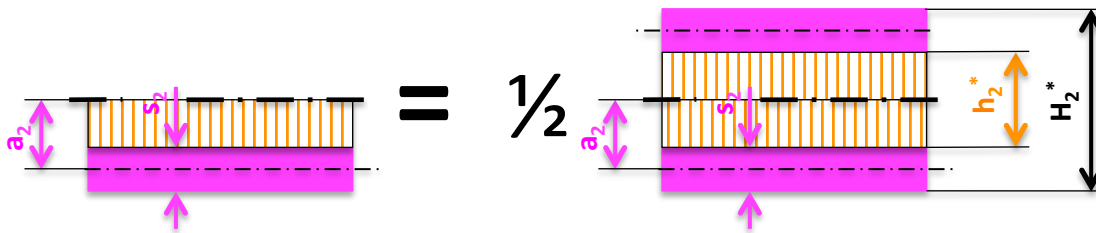
Biegesteifigkeit des asymmetrischen Sandwichaufbaus:

Lösungsansatz:



Biegesteifigkeit des asymmetrischen Sandwichaufbaus:

Für den halben „Ersatz“-Sandwichaufbau 2 gilt:



$$\left(\frac{E \cdot I_y}{b}\right)_2 = \frac{1}{2} \cdot E_2 \cdot \frac{(H_2^*)^3 - (h_2^*)^3}{12}$$

Für H_2^* und h_2^* gilt dabei: $H_2^* = 2 \cdot a_2 + s_2$; $h_2^* = 2 \cdot a_2 - s_2$

Analoges gilt für den halben „Ersatz“-Sandwichaufbau 1 und H_1^* und h_1^* .

Aufgabe: Berechnen Sie nun die auf die Breite normierte Biegesteifigkeit des zuvor dargestellten asymmetrischen Sandwichaufbaus.

Biegesteifigkeit des asymmetrischen Sandwichaufbaus:

Nach vorstehenden Zusammenhängen ergibt sich für den asymmetrischen Sandwichaufbau:

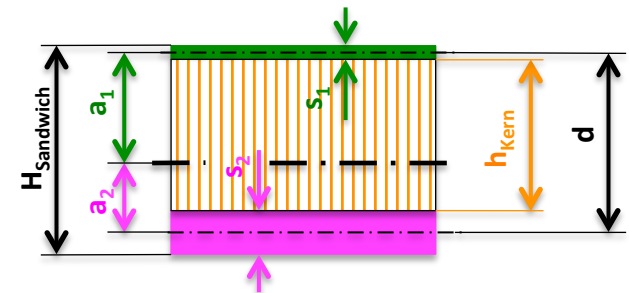
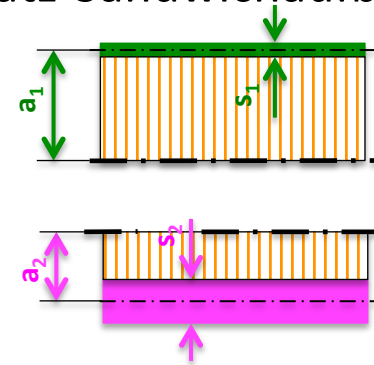
- normierte Biegesteifigkeiten der „halben Ersatz-Sandwichaufbauten“:

$$\left(\frac{E \cdot I_y}{b}\right)_1 = 6.529,9 \text{ Nm}$$

$$\left(\frac{E \cdot I_y}{b}\right)_2 = 2.693,3 \text{ Nm}$$

- normierte Gesamtbiegesteifigkeit des asymmetrischen Sandwichaufbaus:

$$\left(\frac{E \cdot I_y}{b}\right)_{\text{asymm. Sandwich}} = 9.223,2 \text{ Nm}$$



Alternative Vorgehensweise:

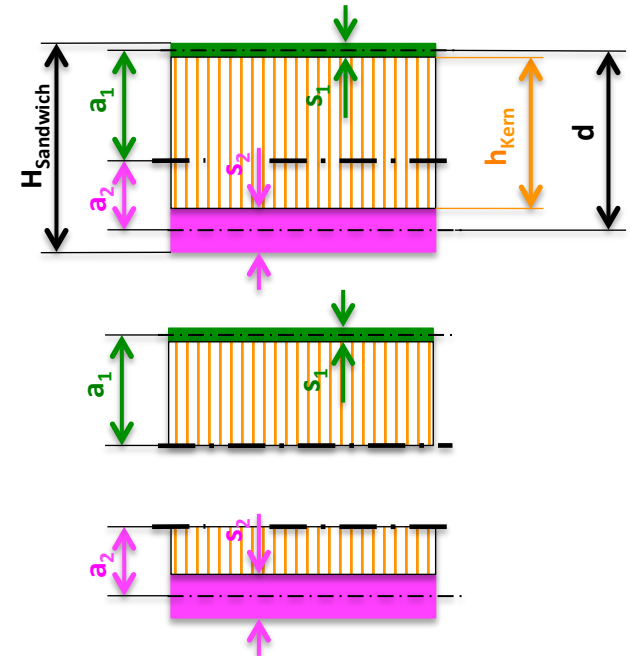
Alternativ können die normierten Biegesteifigkeiten der „halben Ersatz-Sandwichaufbauten“ auch nach dem Satz von Steiner berechnet werden:

- Es werden die normierte Eigenbiegesteifigkeit der einzelnen Deckhaut der auf die Breite normierte Steiner-Anteil berechnet.
- Der Steiner-Anteil ist das Produkt aus normierter Querschnittsfläche und dem Quadrat des Abstandes.
- **Normiert** man die Querschnittsfläche **A** einer Deckhaut **auf** die Breite **b**, so verbleibt als Größe die Deckhautstärke **s**:

$$\frac{A}{b} = \frac{b \cdot s}{b} = s$$

Vorliegendes Beispiel:

- Im Folgenden wollen wir die Resultate der Methode nach Steiner mit den zuvor ermittelten Ergebnissen vergleichen



Alternative Vorgehensweise:

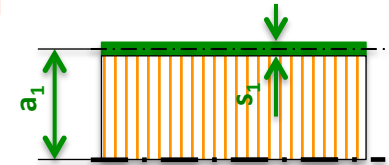
Vorliegendes Beispiel:

- Die normierte Eigenbiegesteifigkeit der Deckhaut 1 ist:
- Der auf b bezogene Steiner-Anteil für Deckhaut 1 beträgt:
- Für Deckhaut 1 ergibt sich insgesamt:

$$\left(\frac{E \cdot I_y}{b}\right)_{Haut\ 1} = E_1 \cdot \frac{s_1^3}{12} = 1,9\ Nm$$

$$(E \cdot s \cdot a^2)_{Haut\ 1} = 6.528,0\ Nm$$

$$\left(\frac{E \cdot I_y}{b}\right)_1 = 6.529,9\ Nm$$

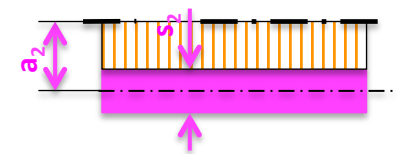


- Die normierte Eigenbiegesteifigkeit der Deckhaut 2 ist:
- Der auf b bezogene Steiner-Anteil für Deckhaut 2 beträgt:
- Für Deckhaut 2 ergibt sich insgesamt:

$$\left(\frac{E \cdot I_y}{b}\right)_{Haut\ 2} = E_2 \cdot \frac{s_2^3}{12} = 10,5\ Nm$$

$$(E \cdot s \cdot a^2)_{Haut\ 2} = 2.682,7\ Nm$$

$$\left(\frac{E \cdot I_y}{b}\right)_2 = 2.693,3\ Nm$$



Zwischenfazit zur Berechnung der Biegesteifigkeit von asymmetrischen Sandwichaufbauten:

- Auch asymmetrische Sandwichaufbauten sind als biegesteife Flächenstrukturen geeignet.
- ⇒ Die Biegesteifigkeit wird wie folgt ermittelt:
 - Zunächst muss die Lage der neutralen Faser bestimmt werden.
 - Anschließend werden jeweils ein halber Sandwichaufbau mit Bezug zur neutralen Faser berechnet.
 - Dabei ist die neutrale Faser die nicht gedehnte Bezugsebene, um die der halbe Sandwichaufbau gebogen wird.
 - Zwei Rechenwege sind möglich und liefern die gleichen Ergebnisse.
 - Bei dünnwandig behüteten Sandwichaufbauten (dicker Kern, dünne Deckhäute, ca.: $h_{\text{Kern}} > 10 s$) ist die Eigenbiegesteifigkeit der Deckhäute vernachlässigbar klein.
 - Rechnet man nach der Methode nach „Steiner“ so kann man in diesen Fällen die Berechnung vereinfachen, indem man die Eigenbiegesteifigkeit biegeschlaffer Deckhäute vernachlässigt.

Steifigkeitserhöhungsfaktor von Sandwichaufbauten:

- Eine häufig benutzte Methode, um Sandwichaufbauten zu bewerten ist der Vergleich mit ähnlich Aufbauten gleicher Gesamtdicke und gleichen Gesamtflächengewichtes.
- Dazu wird ein Sandwichaufbau (dicker, leichter Kern, dünne, feste Deckhäute) mit einem massiven Aufbau verglichen, der bei gleichem Flächengewicht und gleicher Gesamtwandstärke das Material gleichmäßig über die Wandstärke verteilt.
*Anmerkung: Solche Materialaufbauten sind beispielsweise mit geschäumten Materialien möglich (z.B. **Aluminiumschaum**)*
- Hertel zeigt, dass ein Sandwichaufbau bis zu 3 mal biegesteifer sein kann, als ein entsprechender homogener Leichtgewichtsaufbau.
- Diesen Faktor, um den der Sandwichaufbau leichter ist, nennt er **Steifigkeitserhöhungsfaktor \mathbf{K}** [kappa].
- Im Folgenden wird der Steifigkeitserhöhungsfaktor **\mathbf{K}** hergeleitet:

Steifigkeitserhöhungsfaktor von Sandwichaufbauten:

- Bei der Herleitung des Steifigkeitserhöhungsfaktor \mathbf{K} wird von biegeschlaffen Deckhäuten ausgegangen, deren Deckhautstärke sehr viel kleiner als die Dicke des Kerns ist ($s \ll h_{\text{Kern}}$).
- Beim entsprechenden symmetrischen Sandwichaufbau kann hier der Unterschied zwischen der Gesamtstärke $\mathbf{H}_{\text{Sandwich}}$ und \mathbf{d} vernachlässigt werden.
- Für einen solchen Sandwichaufbau kann die das Flächenträgheitsmoment $\mathbf{I}_{y,\text{Sandwich}}$ allein durch den Steiner-Anteil der Deckhäute formuliert werden. Dabei ist der Abstand der Deckhäute von der Sandwichmitte näherungsweise $\mathbf{H}_{\text{Sandwich}}/2$.

$$I_{y,\text{Sandwich}} = 2 \cdot b \cdot s \cdot \left(\frac{H_{\text{Sandwich}}}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot s \cdot H_{\text{Sandwich}}^2$$

- Hierzu vergleicht man dazu den gleichdicken ($H = H_{\text{Sandwich}}$) homogenisierten Aufbau. Bei diesem sei das Material, das beim Sandwichaufbau in den Deckhäuten konzentriert ist, gleichmäßig auf die Gesamtwandstärke verteilt:

$$I_{y,\text{homog.Aufbau}} = b \cdot \frac{H^3}{12} \cdot \frac{2 \cdot s}{H} = \frac{1}{6} \cdot b \cdot s \cdot H^2$$

Steifigkeitserhöhungsfaktor von Sandwichaufbauten:

- Bei der Herleitung des Steifigkeitserhöhungsfaktor \mathbf{K} wird von biegeschlaffen Deckhäuten ausgegangen, deren Deckhautstärke sehr viel kleiner als die Dicke des Kerns ist ($s \ll h_{\text{Kern}}$).
- Beim entsprechenden symmetrischen Sandwichaufbau kann hier der Unterschied zwischen der Gesamtstärke $\mathbf{H}_{\text{Sandwich}}$ und \mathbf{d} vernachlässigt werden.
- Für einen solchen Sandwichaufbau kann die das Flächenträgheitsmoment $\mathbf{I}_{y,\text{Sandwich}}$ allein durch den Steiner-Anteil der Deckhäute formuliert werden. Dabei ist der Abstand der Deckhäute von der Sandwichmitte näherungsweise $\mathbf{H}_{\text{Sandwich}}/2$.

$$I_{y,\text{Sandwich}} = 2 \cdot b \cdot s \cdot \left(\frac{H_{\text{Sandwich}}}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot b \cdot s \cdot H_{\text{Sandwich}}^2$$

- Hierzu vergleicht man dazu den gleichdicken ($H = H_{\text{Sandwich}}$) Bei diesem sei das Material, das beim Sandwichaufbau in d konzentriert ist, gleichmäßig auf die Gesamtwandstärke H verteilt.

$$I_{y,\text{homog.Aufbau}} = b \cdot \frac{H^3}{12} \cdot \frac{2 \cdot s}{H} \leftarrow \frac{1}{6} \cdot b \cdot s \cdot H^2$$

Dieser Faktor verteilt das Material, das beim Sandwich in 2 Deckhäuten $2 \cdot s$ steckt auf die Wandstärke H .

Steifigkeitserhöhungsfaktor von Sandwichaufbauten:

- Der Vergleich zeigt:

$$\frac{I_{y,Sandwich}}{I_{y,homog.Aufbau}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot s \cdot H^2}{\frac{1}{6} \cdot b \cdot s \cdot H^2} = 3 = \kappa$$

- Damit hat der symmetrische Sandwichaufbau gegenüber dem homogenisierten Aufbau ein um den Faktor $\mathbf{\kappa} = 3$ höheres Flächenträgheitsmoment.
- Für asymmetrische Sandwichaufbauten mit gleichem E-Modul der Deckhäute berechnet Hertel den Steifigkeitserhöhungsfaktor κ nach neben stehender Formel:

$$\kappa = 3 \cdot \frac{4 \cdot \frac{s_2}{s_1}}{\left(1 + \frac{s_2}{s_1}\right)^2}$$

- Für Sandwichaufbauten mit unterschiedlichem Deckhautmaterial ($E_1 \neq E_2$) kann man diese Formel wie folgt erweitern:

$$\kappa = 3 \cdot \frac{4 \cdot \frac{E_2 \cdot s_2}{E_1 \cdot s_1}}{\left(1 + \frac{E_2 \cdot s_2}{E_1 \cdot s_1}\right)^2}$$

⇒ **Aufgabe:** Berechnen Sie den Steifigkeitserhöhungsfaktor $\mathbf{\kappa}$ für das zuvor genannte Beispiel.

Steifigkeitserhöhungsfaktor von Sandwichaufbauten:

- Für den zuvor genannten Sandwichaufbau gilt:

$$\kappa = 3 \cdot \frac{4 \cdot \frac{45 \cdot 0,8}{73 \cdot 1,2}}{\left(1 + \frac{45 \cdot 0,8}{73 \cdot 1,2}\right)^2} = 2,477$$

⇒ Trotz deutlicher Asymmetrie erreicht der vorliegende Sandwichaufbau immer noch einen relativ hohen Steifigkeitserhöhungsfaktor.

- Nebenstehende Darstellung zeigt, dass asymmetrische Sandwichaufbauten selbst, wenn die dünnere Deckschicht nur 1/10 der Steifigkeit der Dicken Deckschicht aufweist, immer noch einen κ -Faktor um 1 aufweist.

⇒ Somit wird verdeutlicht, dass auch asymmetrische Sandwichaufbauten sinnvoll einsetzbar sind.

